

ReinvenTec

Revista de Ciencia y Tecnología del ITTLA

Número 1, 2023



Un nuevo paradigma no sólo cambia nuestra manera de ver el mundo, también cambia el mundo en sí mismo

Max Planck



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MEXICO



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE
TLALNEPANTLA

Editorial



Me da gusto presentar el primer número de *ReinvenTec. Revista de Ciencia y Tecnología del ITTLA*. Esta publicación digital surge como parte de la celebración del 51 aniversario del Instituto Tecnológico de Tlalnepantla (ITTLA) y, al mismo tiempo, como aporte a la divulgación de la ciencia, la tecnología y la innovación, no sólo de nuestros campus, sino más allá, incluso de la comunidad que conformamos en el Tecnológico Nacional de México (TecNM). Sirvan estas primeras palabras para instarles a enviar sus contribuciones para los siguientes números.

En este primer ejemplar, un importante número de colaboraciones provienen de profesores del ITTLA; sin embargo,

contribuyeron también autores de la Universidad Veracruzana (UV), la Universidad Autónoma de San Luis Potosí (UASLP), la Universidad Autónoma de Coahuila (UAdeC), el Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (Conahcyt), el Tecnológico de Monterrey (ITESM), la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), e incluso un artículo es de profesores de la Universidad José Martí Pérez (UNISS), en Cuba. A todos ellos agradezco en nombre del ITTLA su valiosa aportación.

Entre los temas abordados destacan la trascendental enseñanza de las matemáticas; la ciencia y tecnología de los materiales; la optimización evolutiva (donde confluyen las matemáticas y las ciencias computacionales), aplicaciones de la lógica matemática, virus y otros asuntos de interés.

Todos los trabajos fueron evaluados por expertos del área correspondiente, y si bien esta labor es en cierto sentido anónima, todos los árbitros han recibido su reconocimiento. Cabe destacar que en el arbitraje intervinieron especialistas del ITTLA y de distintas instituciones como el Instituto Politécnico Nacional (IPN); la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP); el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE); la Unidad de Transferencia Tecnológica Tepic del Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE-UT3); el ITESM; la Universidad San Francisco de Quito (USFQ), en Ecuador; y la Universidad de Picardía Julio Verne en Francia.

Espero que la publicación de este primer número sea un paso decisivo hacia la consolidación de *ReinvenTec. Revista de Ciencia y Tecnología del ITTLA*, como un espacio reconocido por profesores, investigadores, estudiantes e instituciones para profundizar en el conocimiento y su aplicación renovadora.

Con el buen ánimo que surge de este contexto, les invito muy cordialmente a leerla.

M.C. Silvia Santiago Cruz
Directora del Instituto Tecnológico de Tlalnepantla

Índice

Tipos de tareas para la enseñanza del cálculo diferencial con GeoGebra Lissette Rodríguez Rivero, Anel Pérez González, Alberto Lorenzo Fonseca González	1
Superficies hidrofóbicas con nanocables de óxido de zinc, una perspectiva para su obtención Dulce Viridiana Melo Máximo, Lizbeth Melo Máximo, Celia Massiel Hernández Hernández, Fortino Fabián Estrada Martínez	11
¿Qué es un testor? Guillermo Sánchez Díaz, Manuel S. Lazo Cortés, Nelva N. Almanza Ortega	17
Los virus, más que solo enfermedades Iván Alexander Santos Cabrera	21
Nanotecnología, una visión general para su uso en medicina Jaqueline Stephanie Ley Martínez, José Erick Ortega Valencia, Lizbeth Melo Máximo	25
Optimización evolutiva multiobjetivo binivel: contexto actual y aplicaciones Jesús-Adolfo Mejía-de-Dios, Efrén Mezura-Montes, Alejandro Rodríguez-Molina	31
Técnicas de bajo costo para la síntesis de materiales luminiscentes altamente eficientes Iván E. Martínez Merlín, Jesús U. Balderas Aguilar, Ulises E. Cercas Balderas, Ashley N. Ramírez Hernández, Bernardo Martínez Espino, Luis A Ramírez López	41
ITTILA-UAM: colaboración en el desarrollo de baterías de ion litio con alta densidad energética. Laura Nadxieli Palacios Grijalva, Gregorio Guzmán González, Anatolio Martínez Jiménez	47
Importancia de la formación matemática de los futuros ingenieros: retos e implicaciones hacia una nueva reforma en el cambio de currículo escolar Alan Arturo Flores Cambrón	51
Mejora del algoritmo de agrupamiento Fuzzy C-Means Sandra Silvia Roblero Aguilar	59
InnovaTecNM y HackaTecNM 2023	61

Tipos de tareas para la enseñanza del Cálculo diferencial con GeoGebra

Lisette Rodríguez Rivero^{1*}, Anel Pérez González¹, Alberto Lorenzo Fonseca González¹

Resumen: Este trabajo destaca la utilización de GeoGebra en el proceso de enseñanza y aprendizaje del Cálculo diferencial. Su objetivo es ofrecer una propuesta de tipos de tareas para la introducción o fijación de los conocimientos y habilidades relacionadas con contenidos del Cálculo diferencial con el uso de GeoGebra. La determinación de los contenidos a tratar con ayuda de GeoGebra parte de la experiencia del colectivo de autores y la determinación de las dificultades de los estudiantes en la comprensión de los mismos. La clasificación de los tipos de tareas docentes a utilizar resultó de la identificación de las potencialidades que ofrece GeoGebra para el proceso de enseñanza y aprendizaje del Cálculo diferencial y las concepciones establecidas en la Didáctica de la Matemática. El GeoGebra aporta facilidades en el tratamiento de representaciones, tanto analíticas como gráficas, con el uso de las bondades que aporta la geometría dinámica y su condición de sistema computacional algebraico, útiles ambas tanto para la introducción como para la fijación de conocimientos y habilidades. Su realización exigió la aplicación de diferentes métodos científicos con la finalidad de precisar los conceptos del Cálculo diferencial a tratar, los fundamentos teóricos de la propuesta y la sistematización de experiencias en función de obtener dicho resultado.

Palabras claves: GeoGebra, Tareas docentes, Cálculo diferencial.

I. INTRODUCCIÓN

En la actualidad son múltiples los esfuerzos por mejorar la enseñanza de las ciencias [1], como parte de ello la enseñanza de la Matemática actualiza sus modelos de enseñanza, y como elemento fundamental, en los actuales modelos tiene un papel protagónico la introducción de las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC); ello se constata en los estándares de la Educación matemática [2] y en uno de sus instrumentos evaluadores más importantes, el proyecto PISA (Programme for International Student Assessment) [3].

Investigaciones teóricas y teórico-prácticas recogen la integración de las TIC al proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, a la enseñanza y aprendizaje del Análisis Matemático en general [4] y a la enseñanza y aprendizaje del Cálculo, específicamente en carreras de ingenierías [5, 6, 7, 8]. Dentro de las mismas se exponen fundamentos teóricos, resultados y direcciones futuras de trabajo en el campo de la didáctica de la Matemática relacionada con el Cálculo, esta didáctica se ocupa del aprendizaje de conceptos complejos y en muchas latitudes se conoce como Pensamiento Matemático Avanzado.

El aprendizaje de conceptos matemáticos complejos requiere de una didáctica que responda a los mismos, los trabajos en este sentido fueron iniciados por David Tall (citado por [9]) y otros renombrados matemáticos. Ellos ayudaron a comprender cómo debe ser el proceso de enseñanza y aprendizaje de estos conceptos a partir de investigar entre ellos mismos cómo es que se aprenden. Dentro de este proceso la tarea, la tarea docente o la tarea de aprendizaje, como quiera llamársele, cumple un rol esencial [9, 10].

Por otra parte, el software diseñado e implementado para asistir procesos que se dan en las diferentes disciplinas matemáticas se denomina asistente matemático. Los asistentes se clasifican en: Paquetes estadísticos, Sistemas de Algebra Computacional, Sistemas de Entorno para la Geometría Dinámica y Sistemas de Cálculo Numérico. Muchos de ellos se especializan en una sola de estas ramas y otros, menos especializados, poseen varias de ellas a la vez; GeoGebra es un ejemplo de éstos últimos.

“GeoGebra no es sólo geometría (Geo), al menos como su nombre indica también es álgebra (Gebra), aunquer en la realidad, es más, es cálculo, es análisis y también estadística; en definitiva, GeoGebra supone una excelente opción para hacer unas matemáticas dinámicas” [11, p. 2], es además software libre.

Pero ¿qué papel pueden jugar los asistentes matemáticos, en este caso GeoGebra, en el proceso de enseñanza y aprendizaje del Cálculo?

En el proceso de enseñanza y aprendizaje de conceptos complejos es de vital importancia: (a) representar gráficamente (siempre que sea posible) las condiciones previas y el significado de los objetos que componen el nuevo concepto, (b) la transferencia entre las diferentes representaciones de un mismo objeto y (c) ejemplificar todos los casos posibles de los mismos; para todos esos aspectos la representación visual en los asistentes matemáticos proporciona un ambiente ameno, inmediato y motivador.

Además, como medio de enseñanza, “los artefactos hacen más que mediar: ellos son parte constitutiva del pensamiento y de los sentidos” según Radford (citado por [12, p.8]). GeoGebra posee cualidades que lo hacen asequible para el profesor y el estudiante, posee facilidades para su uso en todos los aspectos (a), (b) y (c) anteriores y tiene implementado comandos específicos a los conceptos fundamentales contenidos en el Cálculo.

Fecha de envío: (20/07/2023)

Fecha de aceptación: (23/08/2023)

¹ Universidad “José Martí Pérez” de Sancti Spiritus, Cuba.

lrivero66@gmail.com (*autora de correspondencia);
apgonzalez@uniss.edu.cu; afonseca@uniss.edu.cu .

Para lograr un uso adecuado de los asistentes en el aprendizaje del Cálculo por parte de los estudiantes se hace necesario rediseñar, entre otras, las tareas que deberán resolver los mismos. El diseño de tareas utilizando las TIC es un tipo de estudio que se realiza fundamentalmente a partir de este siglo [13] con la explosión de la tecnología, con el amplio acceso a la misma y con la mejora en la calidad del procesamiento de cálculo e imágenes.

Como resultado de varias reuniones metodológicas en el colectivo de profesores que imparten Análisis Matemático y Cálculo, se ha detectado que las tareas expresadas en guías de preparación, en actividades en el aula y como parte de los exámenes no han evolucionado en su forma y contenido, no siendo acordes, por tanto, a como han ido cambiando los medios de enseñanza, los estilos de aprendizaje y hasta los estudiantes, capaces de asumir el autoaprendizaje de aplicaciones informáticas con gran facilidad.

En tal sentido, esta investigación estuvo guiada por la siguiente interrogante: ¿Cómo lograr un adecuado uso didáctico de la tarea docente con GeoGebra para el aprendizaje del Cálculo diferencial?

Para dar respuesta a la interrogante anterior:

- Se analizaron los principales conceptos que conforman el Cálculo diferencial y las dificultades esenciales que se reportan en la literatura con respecto a su aprendizaje.
- Se documentaron las principales vistas y comandos que GeoGebra implementa y cómo pueden ser utilizadas en la enseñanza y aprendizaje del Cálculo diferencial.
- Se estudiaron los tipos de tareas docentes según la didáctica general, la didáctica de la Matemática y el Cálculo diferencial.
- Se sistematizaron las experiencias, que existían por parte del colectivo de autores, en función de clasificar tipos de tareas docente en GeoGebra para el aprendizaje del Cálculo diferencial.

La investigación realizada emplea fundamentalmente los métodos histórico-lógicos para justificar la pertinencia del tema y conocer la evolución de la problemática tratada, el inductivo-deductivo establece el vínculo entre las bases conceptuales en un resultado de valor teórico y práctico y la observación en las actividades docentes ya existentes por parte del colectivo de disciplina para retroalimentar y establecer mejoras en la propuesta inicial hasta contar con la que se ofrece en el presente trabajo.

Toda sistematización reúne y compila experiencias útiles para los especialistas de cualquier materia, en este caso se logra una matriz de relación entre algunos de los conocimientos del Cálculo diferencial, el uso de GeoGebra y los tipos de tareas docentes que sustenta la didáctica de la Matemática. Esto ayuda a la planificación, que debe ser un proceso consciente y científico para que pueda lograr el cumplimiento efectivo de los objetivos planteados.

El objetivo del presente trabajo es mostrar las diferentes formas en que se pueden manifestar, en el caso del Cálculo diferencial, los tipos de tareas asumidos en la presente investigación; así como, ilustrar las mismos en la mayoría de los casos.

Para ello se seleccionaron ejemplos ilustrativos de la clasificación de tipos de tareas asumida en diferentes contenidos del Cálculo diferencial (tanto para funciones reales de variable real como funciones reales de dos variables reales).

II. MATERIALES Y MÉTODO

En los cursos de Cálculo existen varios contenidos: Límite y continuidad de funciones, Cálculo diferencial, Cálculo integral, Sucesiones y Series numéricas, Ecuaciones diferenciales y otros, en dependencia de la carrera de ingeniería y del currículo de la universidad en cuestión. La mayoría de ellos se estudian para funciones reales de una variable real y para funciones de varias variables reales.

En el caso del presente trabajo sólo abordaremos contenidos relacionados con el Cálculo diferencial, para funciones reales de variable real como funciones reales de dos variables reales.

Como los contenidos abordados desde el punto de vista matemático son ampliamente conocidos y existe una gran cantidad de textos, desde los clásicos hasta los más actuales, donde se les da tratamiento no se sacrificará espacio en función de los mismos.

Consta en varios trabajos [14, 6, 15, 16] y en la experiencia del colectivo de autores [4, 17] que existen dificultades en la comprensión de los conceptos fundamentales del Cálculo diferencial, el estudiante suele obtener resultados analíticos desconociendo la interpretación gráfica, suelen aplicar procedimientos de cálculo como rutinas sin comprender el significado de los pasos de las mismas, la mayoría de las veces no están motivados (el Cálculo es algo que se debe vencer) y todo ello hace que tengamos que cambiar los métodos y medios de enseñanza; en esta investigación se hará a partir de la aplicación de tareas docentes con el uso de asistente matemático.

Unir la experiencia didáctica y las bondades de GeoGebra para el logro de un proceso de enseñanza y aprendizaje asequible, actual y creativo, es lo que se desea lograr, pero ¿por qué GeoGebra?

GeoGebra salió a la luz en 2002, su creador Markus Hohenwarter y actual director del equipo de programación trabaja en la Universidad Linz Johannes Kepler en Austria. Este proyecto se mantiene por ocho programadores de: Inglaterra, Hungría, Francia, Luxemburgo, Estados Unidos y Alemania.

Su fortaleza fundamental [18] es el trabajo con la geometría dinámica (Vistas Gráfica 2D y 3D); sin embargo, el trabajo algebraico (Vista Algebraica) simultáneo a estas construcciones es el que lo distingue de otros asistentes de este tipo. En la vista algebraica se puede trabajar con objetos matemáticos y realizar operaciones sobre ellos, como por ejemplo con las funciones.

Posee una hoja de Cálculo (Vista de Hoja de Cálculo), similar a Excel, para el trabajo con datos de todo tipo. Tiene una ventana Vista CAS (Computer Algebra System) que manipula y opera con estructuras algebraicas como objetos matemáticos y una ventana para el cálculo de probabilidades (Vista de Cálculo Probabilidad).

En la presente investigación GeoGebra es seleccionado para el trabajo con los contenidos del Cálculo diferencial, además de lo expresado anteriormente, por:

- Tener formas de crear Applets con carácter heurístico para el estudio de las condiciones necesarias y suficientes de un determinado concepto y su significado geométrico (siempre que sea posible) y el estudio del significado geométrico de conceptos fundamentales como los de límite y derivada
- El trabajo con los deslizadores, que permiten en muchos casos generar tantos ejemplos como sea posible al parametrizar condiciones y propiedades de objetos matemáticos.
- Tener comandos específicos para el trabajo con los principales conceptos del Cálculo diferencial (límite, derivada).
- Ser un software libre, recientemente desarrollado para sistemas operativos Androide y Apple.

Después de un estudio profundo de los contenidos matemáticos que forman parte del Cálculo diferencial, del logro de habilidades por parte del docente en el uso de GeoGebra en el tratamiento de los mismos y de las exigencias didácticas presentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje, es que se comienzan a crear tareas docentes que logren cumplir con los objetivos deseados, hagan uso de GeoGebra y tengan un diseño adecuado con las directrices de la didáctica de la Matemática.

El eslabón fundamental del proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática es la tarea docente. “Las tareas pueden, por tanto, ser vistas como la fábrica del aprendizaje del estudiante”, [13, p.25]. Varios autores han publicado resultados teóricos relacionados con la misma:

- [9] describen varias clasificaciones, tareas para la casa o para la clase, actividades individuales o en grupo. Describen dimensiones de las tareas como: contenido, procesos de pensamiento involucrados, circunstancia de realización y hasta estética pedagógica, por solo citar algunas.
- [10] hacen un resumen de diferentes autores que han trabajado con el diseño de tareas docentes “ensamblando” varios conceptos.
- [19] expresa que si las tareas docentes las clasificamos según grados de complejidad en dependencia del tipo de proceso cognitivos serán: reproductivas, conectivas o reflexivas. Si la clasificación se hace basada en las situaciones que trate pues serán tipos de tareas: personal, educativa, pública o científica; y si tenemos en cuenta los contextos (auténtico o hipotético).
- [20] definen que el desempeño matemático se logra por la participación de profesores y estudiantes en actividades simuladas por tareas matemáticas.
- [21] hace un estudio de la tarea desde el punto de vista del profesor, puntualizando que la mayoría alega no tener claro sus especificidades teóricas, pero sí lo que quieren lograr con ellas en sus estudiantes: trabajo, motivación y comprensión.

Los autores del presente trabajo concuerdan con Gutiérrez (citado en [22]) al expresar que la tarea docente:

- Constituye la célula básica del aprendizaje y es el componente esencial de la actividad cognoscitiva.
- Es portadora de las acciones y operaciones que propician la instrumentación del método y el uso de los medios con fines predeterminados.

- Sirve para provocar el movimiento del contenido y alcanzar el objetivo y se realizan en un tiempo previsto.

Otra autora, Rizo (citada en [23]) las divide en: reproductivas, productivas y creativas. Para la presente investigación los autores consideran suficiente la clasificación de tarea docente de Zhuikov (citado por [24]) que las divide en:

- Tareas docentes que son características del proceso de adquisición de contenidos matemáticos.
- Tareas docentes para fijar el contenido adquirido.

Es importante tener en cuenta estudios recientes que vinculan las tareas docentes al uso de las TIC [13] resaltando que lo esencial es deslindar el trabajo que corresponde a la computadora y el que corresponde al estudiante.

Otros trabajos hacen referencia también a tareas docentes desde las TIC para el aprendizaje de la Matemática o de aplicaciones matemáticas [5, 12, 6, 25] y otros autores hacen referencia, no sólo a contenidos del Cálculo diferencial sino a su tratamiento desde GeoGebra [8, 14, 15, 16]. Se ha referenciado también descripción de fases para diseñar las tareas docentes con software [7] y refieren que estas tareas proporcionan visualización, experimentación y sorpresa.

III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El colectivo de autores asume la clasificación de las tareas en: tareas docentes de adquisición de nuevo contenido y tareas docentes para fijar el contenido adquirido, sin embargo, cada una de esas clasificaciones posee a su vez diferentes modos de manifestarse.

La tarea docente de adquisición de nuevo contenido es concebida para la fase de formación del concepto y para ser realizada con apoyo de GeoGebra consta de varias formas:

- a) Transferir de la representación analítica a la representación gráfica conceptos con el uso de animaciones, deslizadores y el dinamismo de GeoGebra en la búsqueda del significado geométrico de los mismos.
- b) Demostrar analíticamente o gráficamente, propiedades y relaciones conceptuales.

Por otro lado, la tarea docente para fijar el contenido adquirido es concebida para la fase de desarrollo del concepto y para ser realizada con apoyo de GeoGebra consta de varias formas:

- a) Comprobación mediante representaciones gráficas de resultados de ejercicios realizados a lápiz y papel.
- b) Comprobación mediante representaciones analíticas de resultados de ejercicios realizados a lápiz y papel.
- c) Elaboración de resultados analíticos o gráficos intermedios o de apoyo en la resolución de problemas complejos.
- d) Argumentar resultados.
- e) Resolver ejercicios de gran complejidad de cálculo (imposibles de resolver a lápiz y papel en el ajustado tiempo de la clase).

Como resultado de varios años de trabajo existen una gran cantidad de tareas docentes en casi todos los contenidos presentes en el Cálculo diferencial, en el presente artículo se incluyen solamente los ejemplos que se consideran más ilustrativos. Seguidamente se relacionan algunos temas escogidos del Cálculo diferencial para funciones $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ en la Tabla I y otros para funciones $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ en la Tabla II con sus respectivos ejemplos de tareas docentes realizadas con GeoGebra.

En cada tabla la letra del inciso correspondiente al ejemplo se relaciona con las formas descritas anteriormente para cada uno de los tipos de tareas: a) y b) para el tipo de tarea docente de adquisición de nuevo contenido e incisos del a) al e) para tipos de tarea docente para fijar el contenido adquirido.

Tabla I. TIPOS DE TAREAS DOCENTES CON GEOGEBRA QUE HAN SIDO CONCEBIDAS Y APLICADAS PARA CONTENIDOS DEL CÁLCULO DIFERENCIAL DE FUNCIONES $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

Contenidos	Ejemplos de tareas docentes en GeoGebra
Límite y continuidad de funciones	<p>En tareas docentes de adquisición de nuevo contenido:</p> <p>a) Introducción del concepto de límite según Cauchy, elaborado como Applet. Se muestra inicialmente en conferencia y se orienta trabajar con el mismo para variar los valores de ϵ de modo que el estudiante profundice en el concepto al encontrar la relación ϵ-delta.</p> <p>b) Mostrar la relación entre el resultado de los límites laterales en un punto y la clasificación de las discontinuidades de una función en ese punto.</p> <p>Se utilizó además en demostrar el significado de las formas indeterminadas del límite [17].</p> <p>En tareas docentes para fijar el contenido adquirido:</p> <p>a) Ejercicio de cálculo de límites indeterminados utilizando la regla de L'Hôpital-Bernoulli, ver Tarea 1.</p> <p>b) Comprobación de cálculo de límites realizados a lápiz y papel.</p> <p>d) Ejercicios de argumentar utilizando GeoGebra el análisis de la continuidad de una función en un punto.</p>
Derivada	<p>En tareas docentes de adquisición de nuevo contenido:</p> <p>a) Introducción del concepto de derivada como el límite del cociente incremental, se recoge en un Applet tanto la obtención de la función derivada de varias funciones elementales, trabajando la relación que existe entre las representaciones gráficas de una función y su derivada.</p> <p>b) Demostrar el significado geométrico de la derivada de una función en un punto. En este caso se realiza la construcción de la recta tangente a una curva en un punto por la vía geométrica utilizando las facilidades que GeoGebra brinda y por otra parte se construye la recta tangente utilizando la derivada en el punto, de modo que el estudiante comprueba llegar al mismo resultado.</p>
Diferencial	<p>b) Demostrar analíticamente, usando el CAS, de las reglas de derivación a partir del cálculo del límite del cociente incremental, en suma, resta, multiplicación y división de funciones elementales.</p> <p>En tareas docentes para fijar el contenido adquirido: Se utiliza en todas las formas de este tipo de tareas, especialmente:</p> <p>a) y b) En ejercicios de comprobación visual y analítica de la construcción de la recta tangente a una curva en un punto, ver Tarea 2.</p> <p>d) Se orientan ejercicios de cálculo de derivadas en los que se apliquen las reglas de derivación indicando que el estudiante argumente utilizando el CAS.</p> <p>En tareas docentes de adquisición de nuevo contenido:</p> <p>a) Introducción del concepto de diferencial y su significado geométrico, se realiza un Applet en el que se puede ver cómo varía el valor del diferencial en dependencia del valor de dx, ver Tarea 3.</p> <p>En tareas docente para fijar el contenido adquirido: Se utiliza en todas las formas de este tipo de tareas y en una gran variedad de contextos.</p>
Teoremas fundamentales del Cálculo diferencial	<p>En tareas docentes de adquisición de nuevo contenido:</p> <p>b) En el caso de todos los teoremas (Rolle, Lagrange y Cauchy) ilustrando los mismos con casos particulares y variando las condiciones iniciales de modo que se incumplan y de encontrar relaciones premisas-tesis.</p> <p>En tareas docente para fijar el contenido adquirido:</p> <p>d) En ejercicios específicos de aplicación de los teoremas, ver Tarea 4.</p>
Construcción de gráficas	<p>En tareas docente para fijar el contenido adquirido:</p> <p>c) y e) El algoritmo para la construcción del gráfico de una función a partir del análisis de su dominio, imagen, interceptos con los ejes coordenados, signos, análisis de sus asíntotas (cálculo de límites), determinación de puntos críticos (ceros de la primera derivada), monotonía (signos de la primera derivada), puntos de inflexión (ceros de la segunda derivada) y concavidad o convexidad (signos de la segunda derivada), ver Tarea 5.</p>

Tabla II. TIPOS DE TAREAS DOCENTES CON GEOGEBRA QUE HAN SIDO CONCEBIDAS Y APLICADAS PARA CONTENIDOS DEL CÁLCULO DIFERENCIAL DE FUNCIONES $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

Contenidos	Ejemplos de tareas docentes en GeoGebra
Derivada parcial	<p>En tareas docentes de adquisición de nuevo contenido:</p> <p>b) Demostrar gráficamente el concepto de Derivada parcial para una función en un punto, ver Tarea 6.</p> <p>En tareas docente para fijar el contenido adquirido: Se utiliza en todas las formas de este tipo de tareas.</p>
Derivada direccional	<p>En tareas docentes de adquisición de nuevo contenido:</p> <p>b) Demostrar analíticamente y gráficamente el concepto de Derivada direccional (o en la dirección de un vector) para una función en un punto. Se relaciona con el concepto de Derivada parcial mostrar que con el uso de los vectores canónicos la Derivada parcial es un caso particular de la Derivada direccional, ver Tarea 7.</p> <p>En tareas docente para fijar el contenido adquirido: Se utiliza en todas las formas de este tipo de tareas, especialmente los casos a) y b).</p>
Diferencial	<p>En tareas docentes de adquisición de nuevo contenido:</p> <p>a) Introducción del concepto de diferencial y su significado geométrico, se realiza un Applet en el que se puede ver cómo varía el valor del diferencial en dependencia de los valores de dx y dy, ver Tarea 8.</p> <p>En tareas docente para fijar el contenido adquirido: Se utiliza en todas las formas de este tipo de tareas especialmente en a) para la fijación del significado geométrico y en d) por razón similar.</p>
Extremos condicionados	<p>En tareas docente para fijar el contenido adquirido:</p> <p>a) Comprobación mediante representaciones gráficas de resultados de ejercicios realizados a lápiz y papel, ver Tarea 9.</p> <p>c) Elaboración de resultados analíticos o gráficos intermedios o de apoyo en la resolución de problemas complejos. Mediante el uso del CAS para la resolución de sistemas de ecuaciones que forman parte de la resolución del ejercicio, pero no son el objetivo a evaluar en este tipo de tareas, ver Tarea 9.</p>

A continuación, se describen los contenidos de las tareas

docentes y se relacionan las vistas, comandos y herramientas de GeoGebra utilizadas en su confección.

Los ejemplos tendrán la estructura: No. Tarea, Contenido y Uso de GeoGebra; los archivos de extensión *ggb* a los que se hace referencia son archivos de GeoGebra. Por razones de espacio se eliminan los incisos a resolver siempre que eso no afecte la comprensión del ejemplo.

No. Tarea: 1.

Contenido: En el archivo *Límites-LHopital.ggb* se ofrece la solución del cálculo de $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(5x)}{\ln(1+4x)} = \frac{5}{4}$ por dos vías: utilizando la regla de L'Hôpital-Bernoulli (1) y mediante el uso de equivalentes (2). Resuelve los ejercicios siguientes por una u otra vía o por ambas en tu cuaderno.

(Se indican a continuación 6 incisos que contienen todos los equivalentes explicados en clases y 2 incisos que no se pueden resolver con el uso de equivalentes).

Selecciona uno de los incisos, resuélvelos con GeoGebra por ambas vías y envíalo por email a tu profesora.

Uso de GeoGebra:

En Vista CAS:

Vía 1: Usar comando *Derivada(expr)* para derivar el numerador y denominador. Formar la expresión del cociente de ambas derivadas y calcular el límite de la expresión formada *Límite(expr,valor)*.

Vía 2: Introducir el argumento del límite. Utilizar el botón *Sustituir* para crear una nueva expresión que sea el resultado de la anterior después de sustituir las expresiones por sus equivalentes y calcular su límite *Límite(expr,valor)*.

A modo de comprobación, introducir una función en la Vista Algebraica $f(x)=\text{expresión}$ y aparecerá su representación gráfica en Vista Gráfica 2D. Si el resultado del límite es un número se podrá calcular directamente el *Límite(f,valor)* en la vista Algebraica y deberá coincidir con los resultados anteriores, el resultado del mismo aparecerá en la vista Algebraica y además se podrá ver si en la representación gráfica coincide con el comportamiento de las imágenes de la función alrededor de ese *valor* de x .

No. Tarea: 2.

Contenido: En *Recta tangente.ggb* (Figura 1) se muestra el proceso de hallar la recta tangente a una curva en un punto dado con el uso de GeoGebra y además se encuentran representadas gráficamente la curva, el punto y la recta tangente. Resuelve los incisos que a continuación te indicamos en tu libreta y comprueba al menos 3 utilizando GeoGebra y envíalos a tu profesora.

(Se indican a continuación 8 incisos que contienen variedad en cuanto al tipo de curvas, tipos de rectas tangentes y casos).

Uso de GeoGebra:

En Vista Algebraica y Gráfica 2D:

Introducir una función $f(x) = \text{expresión}$, introducir el punto $P=(a,f(a))$ y determinar la tangente a la curva en ese punto mediante el icono de la Vista Gráfica 2D que realiza la acción.

En Vista CAS:

Hallar $g(x)=\text{Derivada}(f)$.

Utilizar el comando Sustituye para hallar el valor $m=g(a)$.

Introducir la expresión $y-f(a)=m*(x-a)$ de la cual resultará la expresión de la recta tangente.

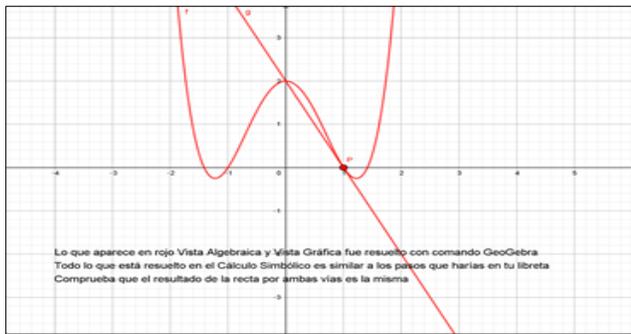


Fig. 1. Vista Gráfica 2D de Recta tangente.ggb.

No. Tarea: 3.

Contenido: Tarea realizada para la conferencia donde se introduce el concepto de Diferencial, la profesora explica el significado geométrico del mismo a la vez que muestra cómo manipular el Applet.

Se adjunta a la guía de preparación para la clase práctica el archivo *Concepto de Diferencial.ggb* (Figura 2) de modo que el estudiante pueda hacer uso de él a la hora del estudio independiente.

Uso de GeoGebra:

En Vista Algebraica y Gráfica 2D:

Introducir el deslizador dx .

Introducir una función $f(x) = expresión$.

Introducir puntos (A al F, unos como "punto sobre f" y otros como "Interseca(obj1,obj2)")

Formar rectas (g, ec1, h y p) una como "Tangente(punto,obj)"

Representar inecuaciones " $x(A) < x < I + d_x$ " (para ilustrar Δx) y " $1 < y < y(B)$ " (para ilustrar Δy).

Definir diferencial como un segmento "Segmento(C, D)"

Se puede mover el deslizador dx y el punto sobre la función, proporcionando la animación que muestra el significado geométrico del valor de la Diferencial.

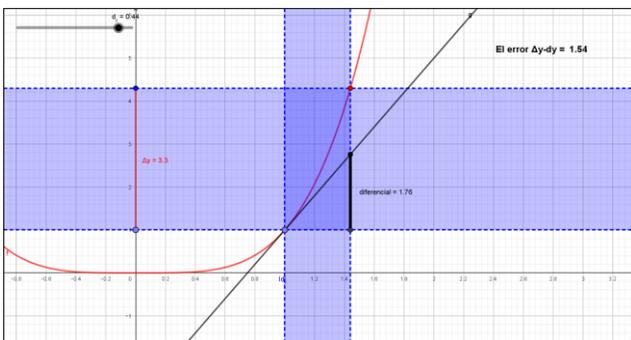


Fig. 2. Vista Gráfica 2D de Concepto de Diferencial.ggb.

No. Tarea: 4.

Contenido: En la presente guía de estudio te adjuntamos el archivo *Teorema de Rolle.ggb*, en el cual se muestra cómo realizar el chequeo de las premisas del teorema de Rolle para determinar si se cumplen y en consecuencia aplicarlo.

Resuelve los casos que a continuación te ofrecemos en tu libreta y compruébalos en GeoGebra utilizando el mismo proceder del archivo ejemplo.

(Se indican a continuación 3 incisos que contienen variedad en cuanto al cumplimiento o no de las premisas).

Uso de GeoGebra:

En Vista Algebraica y Gráfica 2D:

Introducir una función $f(x) = expresión$.

Calcular *Derivada(f)*.

Comprobar condiciones en el CAS o de manera gráfica.

No. Tarea: 5.

Contenido: En la presente guía de estudio aparece *Trazo de curva.ggb* (Figura 3), en el cual se muestra cómo realizar los cálculos auxiliares necesarios para trazar una curva a lápiz y papel.

Resuelve los casos que a continuación te ofrecemos en tu libreta con el apoyo de GeoGebra.

(Se indican a continuación 5 incisos que contienen variedad en cuanto a los diferentes aspectos a analizar).

Uso de GeoGebra:

Se realizan en el CAS los cálculos auxiliares para hacer el esbozo en la libreta de $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$:

$f(x)=x^3/(x^2-1)$

$x^2-1=0$, Resuelve

\$1, Sustituye $x=0$

$x^3/(x^2-1)=0$, Resuelve

$x^3/(x^2-1)>0$, Resuelve

Límite(\$1,-1), Límite(\$1,1), Límite(\$1,+∞)

Derivada(x³/(x²-1)), Resuelve (directamente da los puntos críticos)

Derivada(x³/(x²-1))>0, Resuelve (directamente da los intervalos donde f es creciente)

Derivada(x³/(x²-1),2), Resuelve (directamente da los puntos de inflexión)

Derivada(x³/(x²-1))>0, Resuelve (directamente da los intervalos donde f es cóncava).

No. Tarea: 6.

Contenido: Tarea realizada para la conferencia donde se introduce el concepto de Derivada parcial. Se realiza el tratamiento analítico en la pizarra y los estudiantes en sus libretas y la profesora explica el significado geométrico del mismo utilizando GeoGebra.

Se deja al estudiante *Derivadas parciales.ggb* de modo que reproduzca la representación gráfica en GeoGebra en el caso de otras funciones y otros puntos. El archivo contiene el proceder explicado en texto.

Uso de GeoGebra:

En Vista Algebraica y Gráfica 3D:

Introducir la función $f(x,y) = expresión$.

Introducir un punto en la misma $P=(2, 3, f(2, 3))$.

Calcular las respectivas derivadas parciales *Derivada(f, x)* y *Derivada(f, y)*.

Señalar en la función las curvas de nivel relacionada con las coordenadas x,y del punto *IntersecaRecorridos(ecuación de planos, f)*.

Hallar las pendientes de las rectas (evaluando en las derivadas calculadas).

Hallar los vectores directores (en los planos xz y yz).

Hallar las rectas en el espacio que pasan por P , que ilustran las derivadas parciales en el punto $Recta(P, \text{vector director})$.

No. Tarea: 7.

Contenido: Tarea realizada para la conferencia donde se introduce el concepto de Derivada parcial. Se realiza el tratamiento analítico en la pizarra y los estudiantes en sus libretas y la profesora explica el significado geométrico del mismo utilizando GeoGebra.

Se deja al estudiante *Derivadas direccionales.ggb* (Figura 4) de modo que reproduzca la representación gráfica en GeoGebra en el caso de otras funciones y otros puntos. El archivo contiene el proceder explicado en texto.

Uso de GeoGebra:

En Vista Algebraica y Gráfica 3D:

Introducir la función $f(x,y) = \text{expresión}$.

Introducir puntos en el plano que determinen un vector.

Calcular las respectivas derivadas parciales $Derivada(f, x)$ y $Derivada(f,y)$...todo el proceder anterior, añadiendo en este caso el trabajo con el vector director (en el plano xy) y la formación de la derivada en esa dirección, utilizando el gradiente y el producto escalar.

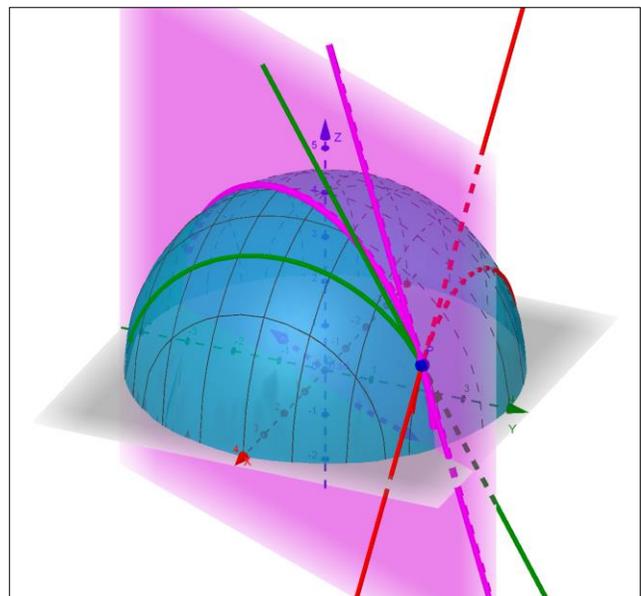


Fig. 4. Vista Gráfica 3D de *Derivadas direccionales.ggb*.

Uso de GeoGebra:

En Vista Algebraica y Gráfica 3D:

Introducir una función $f(x,y) = \text{expresión}$.

Introducir punto $P=(x,y,z)$

Formar rectas, trabajar con inecuaciones y trabajar con los deslizadores dx y dy proporcionando la animación que muestra el significado geométrico del valor de la Diferencial para funciones $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.

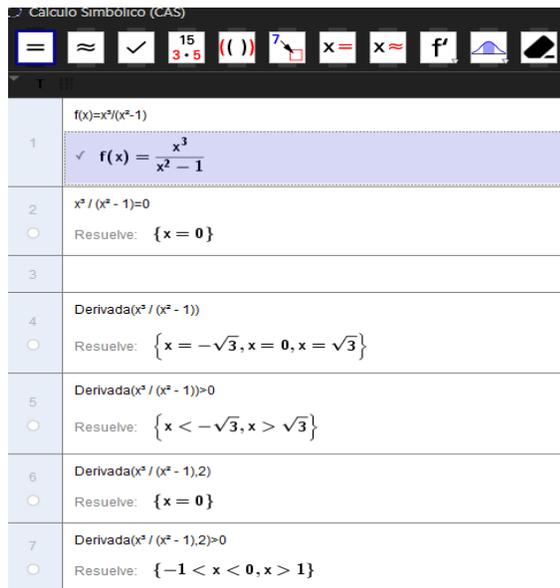


Fig. 3. Vista CAS de *Trazo de curva.ggb*.

No. Tarea: 8.

Contenido: Tarea realizada para la conferencia donde se introduce el concepto de Diferencial, la profesora explica el significado geométrico del mismo a la vez que muestra cómo manipular el Applet.

Se deja al estudiante *Concepto de Diferencial vv.ggb* (Figura 5) de modo que pueda manipularlo a la hora del estudio independiente.

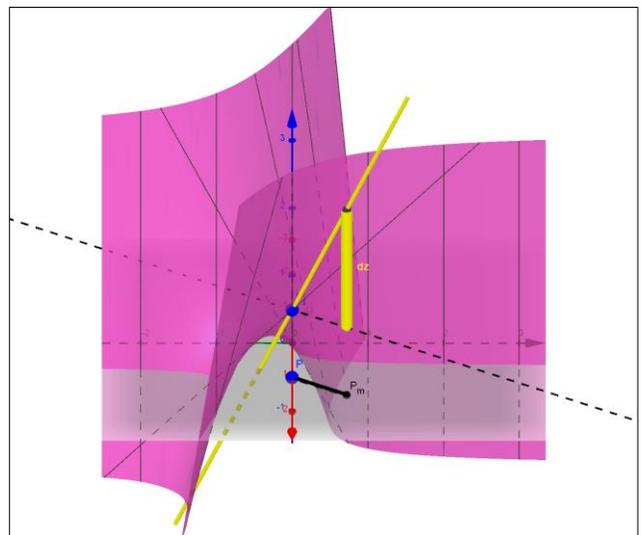


Fig. 5. Vista Gráfica 3D de *Concepto de Diferencial vv.ggb*.

No. Tarea: 9.

Contenido: Como parte de la presente guía de estudio te enviamos el archivo *Extremos condicionados.ggb* (Figura 6). El mismo contiene la solución de problemas de extremos condicionados usando los comandos de CAS y la comprobación gráfica de los resultados del mismo.

Resuelve los casos que a continuación te ofrecemos en tu libreta, de ellos selecciona uno y resuélvelo utilizando el CAS y compruébalos gráficamente el resto de las soluciones.

(Se indican a continuación 5 incisos que contienen variedad en cuanto al sistema de ecuaciones que hay que resolver en función de las derivadas parciales que se obtengan y la condición).

Uso de GeoGebra:

En Vista CAS (comprobación analítica):

Introducir la función $f(x,y) = \text{expresión}$.

Hallar derivadas parciales $Derivada(f,x)$, $Derivada(f,y)$

Introducir la condición $g(x,y) = \text{constante}$.

Resolver sistema de tres ecuaciones (las dos derivadas y la condición).

En Vista Algebraica y Gráfica 3D (comprobación gráfica):

Introducir la función $f(x,y) = \text{expresión}$.

Introducir la condición $g(x,y) = \text{constante}$.

Introducir los puntos $P_i=(x,y,z)$ que constituyen respuestas, verificando que representan los máximos/mínimos de la curva que resulta de la intersección de la función y la condición.

Esta curva puede obtenerse con el comando *Interseca*(*<Objeto>*, *<Objeto>*).

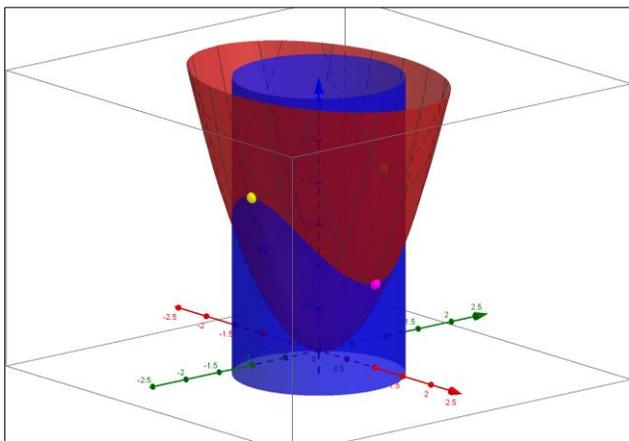


Fig. 6. Vista Gráfica 3D de *Extremos condicionados.ggb*.

Las tareas docentes con GeoGebra propuestas no son el resultado de una investigación en un período de tiempo determinado, son el resultado de la experiencia en el uso de GeoGebra adquirida por los docentes desde hace varios años que con los dos años de pandemia pasó de ser opción a ser necesidad. Se comenzó por utilizar GeoGebra como recurso heurístico y medio de enseñanza sólo por parte del profesorado en clases, fundamentalmente Conferencias. Posteriormente, se fueron incorporando el resto de las tareas a las guías de estudio y en el caso de algunas carreras se ha logrado incorporar el Laboratorio de Cálculo como una forma de docencia dentro del programa de la asignatura.

Con la aplicación de las tareas docentes no se han resuelto todas las dificultades en el aprendizaje de los contenidos del Cálculo diferencial, incluso en casos puntuales los estudiantes ven en el uso de GeoGebra un obstáculo más a resolver. Además, queda mucho contenido por implementar en tareas docentes y quedan muchas posibilidades de GeoGebra por explotar (sobre todo las relacionadas con la implementación Androide/Apple) para hacer de esa opción una herramienta más eficiente.

No obstante, se puede asegurar por la participación de los estudiantes en las clases prácticas y por los resultados de los

exámenes, que se mejoró en la comprensión de conceptos complejos al constatare una argumentación de mayor calidad en la exposición de los resultados. El colectivo de autores del presente trabajo constató un aumento de la motivación hacia la asignatura en los grupos donde se ha aplicado la experiencia e incluso en esos grupos algunos estudiantes utilizan GeoGebra de forma espontánea en su versión para móviles.

IV. CONCLUSIONES

Los contenidos del Cálculo diferencial se erigen como obstáculo en los primeros años de las carreras de ingeniería, por lo cual se deben tener en cuenta alternativas desde la didáctica que mejoren la calidad de su proceso de enseñanza y aprendizaje. Una solución puede estar presente en el uso planificado de las TIC y dentro del mismo destaca la incorporación de asistentes matemáticos. GeoGebra como exponente de estos últimos, tiene un ambiente agradable, fácil de aprender, tiene comandos específicos para el Cálculo diferencial y es software libre.

Diseñar tareas docentes con el uso de GeoGebra hace que mejore la comprensión de los conceptos presentes en el Cálculo diferencial, por la inmediatez en el significado geométrico de los mismos (límite, derivada, diferencial, extremos) a partir de su representación algebraica o su definición; por las facilidades de transferencia entre representaciones de un mismo concepto y por la realización de ejercicios con mayor complejidad de cálculos, imposibles muchas veces de poder realizar a lápiz y papel.

Las tareas docentes fueron diseñadas en dos grandes grupos: las de adquisición de nuevo contenido y para fijar el contenido adquirido, clasificación asumida de la literatura. A la clasificación anterior se añaden, para el caso del Cálculo diferencial, las formas: a) y b) para el primer tipo y del a) al e) para el segundo tipo de tareas; resultado este fruto del estudio teórico-práctico que relaciona contenidos de la didáctica de la Matemática, el Cálculo diferencial y GeoGebra.

Cada uno de los tipos y formas anteriores han sido abordados con ejemplos concretos que abarcan el Cálculo diferencial para funciones de una (16 ejemplos) y dos variables (9 ejemplos). De ellos, algunos han sido expuestos con tareas concretas (9 en total) y el uso detallado que de GeoGebra se realiza en cada una de ellas, con más de una variante en algunos casos.

Como resultado de aplicación de este tipo de tareas, en varios cursos; se ha constatado un incremento en la calidad del aprendizaje, en la motivación hacia el estudio del Cálculo diferencial y se ha incorporado en muchos el uso de GeoGebra de manera espontánea (tanto para PC como para dispositivos móviles) por parte de los estudiantes.

REFERENCIAS

- [1] European Commission, EACEA, [Eurydice], "Increasing achievement and motivation in mathematics and science learning in schools," Eurydice report. Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2022. [Online] Available: <https://education.ec.europa.eu/news/increasing-achievement-and-motivation-in-mathematics-and-science-learning-in-schools> [Accessed: Ene. 8, 2023].
- [2] National Council of Teachers of Mathematics [NTCM], "Strategic Use of Technology in Teaching and Learning Mathematics," Standards and Positions, 2015. [Online] Available: <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions>

- Positions/Position-Statements/Strategic-Use-of-Technology-in-Teaching-and-Learning-Mathematics/ [Accessed: Ene. 28, 2023].
- [3] Organization for Economic Cooperation and Development [OECD], "PISA 2018 Assessment and Analytical Framework," Paris: OECD Publishing, 2019. [Online] Available: <https://dx.doi.org/10.1787/b25efab8-en> [Accessed: Ene. 8, 2023].
- [4] L. Rodríguez, A. Pérez, J. L. Bravo, y Y. Ponce, "Integración de la tecnología a la enseñanza de la Matemática en Educación Superior," En Memorias evento UCIENCIA 2021. La Habana: Ediciones Futuro, 2021. [Online] Available: <https://repositorio.uci.cu/jspui/handle/123456789/9797>
- [5] J. A. Jerónimo, Aprender Estratégicamente con Recursos Digitales. Zaragoza: UNAM-FES, 2017.
- [6] Y. Morales, y R. Blanco, "Análisis del uso de software para la enseñanza de la matemática en las carreras de ingeniería," Transformación, vol. 15, no. 3, pp. 367-382, 2019.
- [7] B. Williner, A. Favieri, y R. Scorzo, "Clasificación de tareas con software. Propuesta usando la aplicación GeoGebra para dispositivos móviles en carreras de ingeniería," UNION Revista Iberoamericana de Educación Matemática, vol. 16, no. 59, pp. 293-309, 2020.
- [8] A. Rojas, "Las TIC en el aprendizaje del cálculo diferencial en la Universidad de Ciencias Informáticas," En Memorias evento UCIENCIA 2021. La Habana: Ediciones Futuro, 2021. [Online] Available: <https://repositorio.uci.cu/jspui/handle/123456789/9797>
- [9] S. Breen, y A. O'Shea, "Mathematical Thinking and Task Design," Irish Mathematica Society Bulletin, no. 66, pp. 39-49, 2010.
- [10] J. Ainley, y D. Pratt, D. "Rf01: the significance of task design in mathematics education: examples from proportional reasoning," En H. L. Chick, y J. L. Vincent (Eds.), Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1, pp. 93-122. Melbourne: PME.
- [11] A. Carrillo de Albornoz, "El dinamismo de GeoGebra," UNION Revista Iberoamericana de Educación Matemática, no. 29, pp. 9-22, 2012.
- [12] A. Leung, y J. Bolite-Frant, "Designing Mathematics Task: The Role of Tools," En Task Design Mathematics Education, New ICMI Study Series, A. Watson y M. Ohtani, Eds., 2015.
- [13] M. Joubert, "Using computers in classroom mathematical tasks: revisiting theory to develop recommendations for the design of tasks," en Task Design in Mathematics Education. Proceedings of ICMI Study 22, C. Margolinas, Ed. Oxford, 2013, pp. 69-77.
- [14] A. López, "Propuesta para la enseñanza del concepto de Derivada, un acercamiento visual con GeoGebra," Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 21, pp. 1166-1175, 2009.
- [15] H. Porillo, M. S. Ávila y C. López, "La derivada y el uso de GeoGebra en problemas de optimización," El Cálculo y su Enseñanza, Enseñanza de las Ciencias y la Matemática, vol. 13, pp. 1-12, 2019.
- [16] J. Manco, "Introducción al cálculo superior usando el CAS del GeoGebra," Taller realizado en la FCF-UNMSM. UNAM, México, 2020.
- [17] L. Rodríguez, J. L. Bravo, y A. Pérez, "El GeoGebra como recurso didáctico para la comprensión de las formas indeterminadas del límite," Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, vol. 33, no. 1, pp. 751-762, 2020.
- [18] L. Rodríguez, A. Pérez, O. N. Quero, y N. C. Rodríguez, "Tipos de tareas docentes con GeoGebra en la enseñanza de la Matemática," Números, vol. 107, pp. 147-167, 2021.
- [19] D. Zakaryan, "El tipo de tareas como oportunidad de aprendizaje y competencias matemáticas de estudiantes de 15 años," En I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe. Santo Domingo, República Dominicana, 2013. [Online] Available: <https://ciaem-iacme.org/memorias-icemacyc/24-383-1-DR-C.pdf>
- [20] D. Clarke, H. Strømskag, H. Lynn, A. Bikner-Ahsbahs, y K. Gardner, "Mathematical tasks and the student," En Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education, 2014. [Online] Available: <https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/handle/11250/3042114>
- [21] L. G. Opheim, "Mathematical Tasks from the Teachers Point of View," Tesis Doctoral, Facultad de Ingeniería y ciencia, Universidad de Agder, Noruega. 2022.
- [22] A. Pérez, W. Sánchez, y L. Rodríguez, "La planificación de tareas docentes utilizando el GeoGebra: Ejemplos para la función Seno," Pedagogía y Sociedad, vol. 17, no. 40, pp. 1-10, 2015.
- [23] M. T. Ramírez, "Las tareas docentes. Rol fundamental en el proceso de enseñanza aprendizaje actual," Edusol, vol. 7, no. 21, pp. 61-69, 2007.
- [24] M. L. Majmutov, La Enseñanza Problemática. La Habana: Pueblo y Educación, 1983.
- [25] P. Vos, "Task Context in Dutch Mathematics Education," en National Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics, ICME-13 Monographs M. Van den Heuvel-Panhuizen, Ed., 2020.

Lissette Rodríguez Rivero. Licenciada en Cibernética-Matemática en la Universidad Central "Martha Abreu" de Las Villas. Trabajó en el departamento de Diseño de Fármacos del Centro de Bioactivos Químicos, en la mencionada Universidad, etapa en que obtiene el Master en Computación Aplicada. Actualmente es profesora Auxiliar para la disciplina de Análisis Matemático, en el departamento de Física y Matemática en la Universidad "José Martí Pérez" y miembro del tribunal de cambio de categorías para profesores del departamento de informática.

Andel Pérez González. Doctor en Ciencias Pedagógicas, Máster en Educación Superior y Profesor Titular. Imparte Didáctica de la Matemática a Licenciatura en Educación Matemática. Investiga en Didáctica de la Matemática y en la formación didáctica futuros profesionales. Pertenece al proyecto "El perfeccionamiento de la teoría pedagógica en función de la solución de los problemas educativos priorizados en la provincia de Sancti Spíritus: Alternativas para su solución", al comité doctoral y al claustro de la Maestría en Ciencias.

Alberto Lorenzo Fonseca González. Máster en Educación Superior y Profesor Auxiliar. Imparte Didáctica de la Matemática y Práctica Laboral a Licenciatura en Educación Matemática. Investiga en Didáctica de la Matemática y en la formación didáctica futuros profesionales. Es coautor del libro de texto de Didáctica de la Matemática y miembro del tribunal de cambio de categoría de esa especialidad.



ReinvenTec

Revista de Ciencia y Tecnología del ITTLA

Superficies hidrofóbicas con nanocables de óxido de zinc, una perspectiva para su obtención

Dulce Viridiana Melo Máximo^{1*}, Lizbeth Melo Máximo², Celia Massiel Hernández Hernández², Fortino Fabián Estrada Martínez²

Resumen: El presente trabajo muestra el efecto de la modificación de superficies de vidrio y acero 316L a través del empleo de métodos físicos y químicos, con la finalidad de obtener semillas que sirvan de soporte en la generación de nanocables de óxido de zinc empleando el método hidrotermal. Los resultados demuestran que la combinación de ambos métodos favorece el crecimiento de nanoestructuras de tipo hexagonal dando como respuesta una superficie modificada con un comportamiento hidrofóbico.

I. INTRODUCCIÓN

A través del tiempo el hombre ha observado la naturaleza y ha intentado replicar los fenómenos que en ella ocurren para dar soluciones a problemas ingenieriles. Una de las interrogantes que han surgido son: ¿Por qué algunas superficies se mojan y otras no?; es decir ¿Por qué algunas repelen el agua y otras no? Para poder ilustrar este hecho, en la fig. 1 se muestran algunas hojas con pequeñas gotas de agua que permanecen sobre su superficie y se quedan sobre ella sin mojarla, si esta se mueve, las gotitas correrán sin ningún problema. La hoja de flor de loto ha sido utilizada como referencia para poder estudiar este fenómeno por lo que a esta manifestación se le conoce como *efecto loto* [1].

El interés en estos fenómenos generó que desde la década de los 70's los investigadores se dieran a la tarea de observar la estructura superficial de una hoja de flor de loto con un microscopio que contaba con la suficiente capacidad de resolución para observar detalles (microscopio electrónico de barrido), identificaron pequeñas estructuras, que, a su vez, tenían estructuras aún más pequeñas que provocaban que las hojas fueran repelentes al agua, introduciendo, gracias a esta observación el término *hidrofóbico*, es decir: que repele el agua [1]. Por el tamaño que tenían las estructuras descubiertas se les clasificó como *nanoestructuras*. En ingeniería, el prefijo *nano* se refiere a algo muy pequeño ya que un nanómetro es igual a un milímetro dividido un millón de veces [2].

Las pequeñas nanoestructuras observadas sobre la superficie de la flor de loto se muestran en la fig. 2, la forma predominante



Fig. 1 Hojas con gotas de agua mostrando el efecto loto en la naturaleza.

en estas superficies asemeja a filamentos que a su vez tienen miles de pequeños filamentos que son la razón por la que la superficie de la hoja no puede mojarse. Entre ellas se encuentra aire atrapado que evita que el agua pueda filtrarse, lo que justifica por qué una gota puede estar sobre una hoja, además, se dedujo que dicho comportamiento se ve favorecido por la superficie rugosa generada por las estructuras en ella, estas conclusiones dieron origen al modelo de humectabilidad denominado Cassie-Baxter [3].

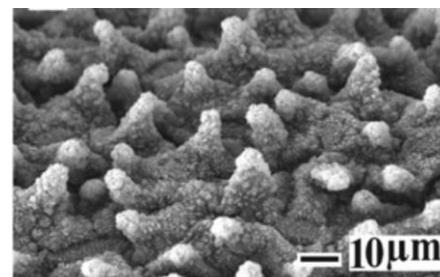


Fig. 2 Nanoestructuras observadas en la superficie de la hoja de flor de loto [4].

Este efecto no es exclusivo de este tipo de hojas por las estructuras en ellas ya que existen en la naturaleza muchos otros ejemplos y estos se deben a una capa natural que puede ser de ceras o grasas que permiten a las superficies repeler el agua [1].

Fecha de envío: (03/08/2023)

Fecha de aceptación: (25/08/2023)

¹ Tecnológico de Monterrey, Atizapán de Zaragoza, Estado de México.

² Tecnológico Nacional de México/IT Tlalnepantla, Tlalnepantla de Baz, Estado de México

virimelo@tec.mx; (*autora de correspondencia)

ORCID:0000-0001-7488-7677;

lizbeth.mm@tlalnepantla.tecnm.mx, m21254102@tlalnepantla.tecnm.mx, m21254103@tlalnepantla.tecnm.mx

Este trabajo fue apoyado en parte por el Consejo Mexiquense de Ciencia y Tecnología a través de la Convocatoria Financiamiento para Investigación de Mujeres Científicas del Estado de México EDOMÉX-FICDTEM-2022-01 y por el Tecnológico Nacional de México a través del proyecto M00-PR-03-R02 (17611)

Para poder identificar si una superficie muestra comportamientos hidrofóbicos, se realizan pruebas en las que se toma en cuenta la interacción que existe entre la superficie sólida y el líquido. Para ello se hace uso de herramientas que permitan darle una medida a esta respuesta y le denominan medición del *ángulo de contacto*. Fig. 3. Dependiendo de los grados que presente la gota de agua con respecto a la superficie se podrá clasificar en hidrofóbica (con un ángulo de contacto mayor a 90°) o hidrofílica, es decir, que tiene afinidad por el agua (con un ángulo de contacto menor a 90°) [5, 6, 7].

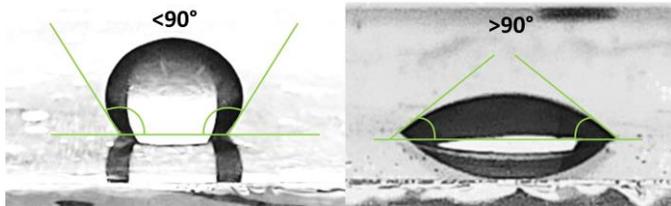


Fig. 3 Medición del ángulo de contacto.

Retomando la idea de continuar estudiando la hoja de flor de loto se logró identificar estructuras pequeñas que contienen una combinación de carbono con óxido de zinc, esta es la razón por la que para fabricar superficies hidrofóbicas sintéticas a nivel ingeniería se propone generar nanoestructuras de óxido de zinc, ya que han demostrado que pueden producir estructuras de tipo hexagonal conocida como *wurtzita*, que asemeja por mucho a las estructuras en la superficie de la hoja de loto [8].

La estructura hexagonal del óxido de zinc es la más estable entre todas sus geometrías, como se muestra en la fig. 4 se forma de átomos de oxígeno y zinc. Esta estructura es capaz de crecer varios nanómetros de forma vertical convirtiéndola en una estructura muy particular similar a pequeños filamentos denominados *nanocables* [9].

Los nanocables de óxido de zinc se pueden hacer crecer sobre una superficie si a esta se le añade previamente un sitio de crecimiento definido y muy particular llamado *semilla* que sirve como base para posteriormente hacer crecer los nanocables [10].

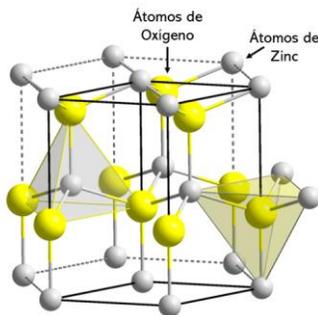


Fig. 4 Estructura hexagonal del óxido de zinc (wurtzita). [3]

Existen diversos métodos para elaborar nanoestructuras, entre ellos encontramos el método químico que consiste en hacer una mezcla de reactivos para sintetizar nanoestructuras en un medio líquido (fig. 5a) [10]; y el método físico que mediante el uso de depósito físico de vapor asistido por plasma, evaporando y condensando especies químicas, puede generar semillas con morfologías diversas, utilizando para ello un reactor en el que

se controlan las variables del proceso para formar las nanoestructuras deseadas (fig. 5b) [11].

Como se mencionó anteriormente, se puede colocar una semilla sobre la superficie y posteriormente hacer crecer los nanocables utilizando la combinación de métodos físicos o químicos para finalmente hacer crecer los nanocables utilizando el *método hidrotermal* el cual consiste en llevar una solución por encima de su punto de ebullición en un recipiente cerrado que mantiene una presión constante con lo que se favorece la unión de los átomos y la obtención de los nanocables de óxido de zinc con la composición y la morfología deseada [12].

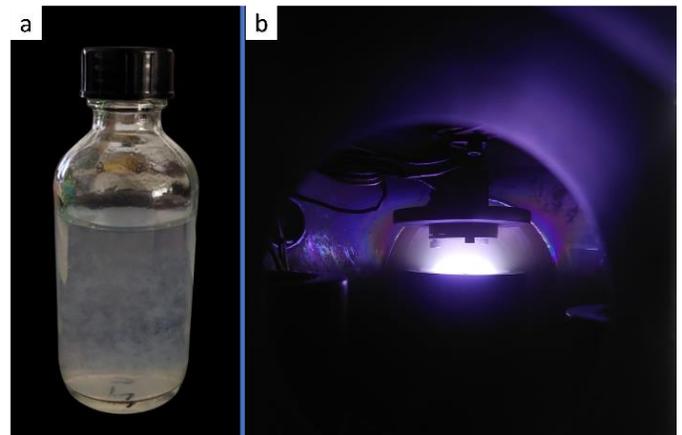


Fig. 5 Método para la obtención de nanoestructuras. a) Método químico; b) Método físico mediante el uso de plasma.

Esta combinación de metodologías y procesos, buscan identificar las variables importantes de cada proceso con el fin de obtener nanocables de óxido de zinc, con morfologías hexagonales, que sean estables y que crezcan preferentemente de manera vertical para que finalmente sean caracterizadas y definir si las superficies modificadas mostrarán un comportamiento hidrofóbico.

El objetivo de este trabajo es conocer el comportamiento básico de las superficies modificadas con nanocables con el fin de encontrar posibles aplicaciones, entre ellas superficies autolimpiables, superficies con propiedades antibacterianas o superficies fotocatalíticas útiles en la remoción de contaminantes.

II. DESARROLLO

Se procedió a crecer semillas por diferentes métodos como: por rotación (*spin-coating*, fig.6a), por inmersión (*dip-coating*, fig.6b) o como película delgada (*PVD, deposición física de vapor asistida por plasma*, fig.6c) sobre sustratos de vidrio y sustratos de acero inoxidable 316L.

Una vez que la semilla se colocó sobre los sustratos, en la superficie se crecen los nanocables empleando el método hidrotermal, utilizando una solución rica en zinc disuelta en agua, en la que se sumergieron los sustratos con las semillas, se taparon los recipientes y se llevan al horno durante 4 horas a 90°C para crecer los nanocables de óxido de zinc (fig. 7).

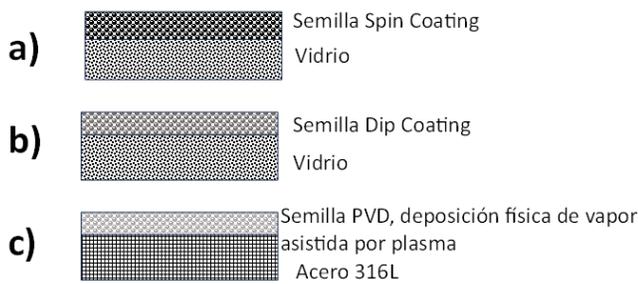


Fig. 6 Proceso para depositar la semilla de óxido de zinc.
a) spin-coating; b) dip-coating; c) PVD

Transcurridas las 4 horas en el horno, se sacaron los sustratos lenta y cuidadosamente, se lavaron para eliminar los residuos y se pusieron a secar. Una vez secos los sustratos recubiertos, se caracterizaron en el microscopio electrónico de barrido para observar las nanoestructuras y finalmente evaluar el ángulo de contacto a fin de identificar la metodología que generó superficies hidrofóbicas.

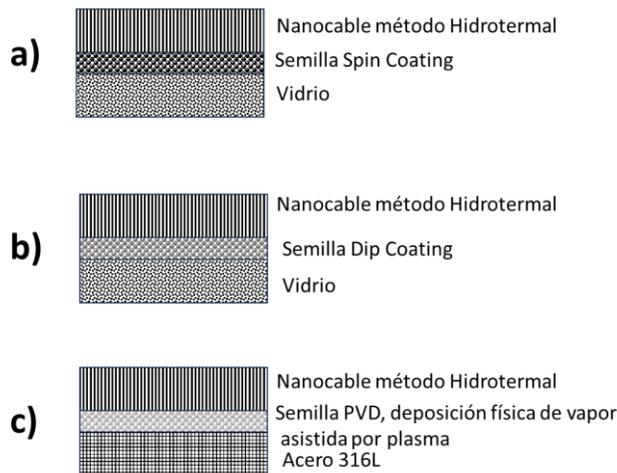


Fig. 7 Método hidrotermal

Las mediciones realizadas a los nanocables de óxido de zinc se muestran en la tabla I. Se observa que, a través del empleo del método físico, el diámetro de los nanocables es mayor, mientras que para spin coating se obtienen los diámetros menores. En la fig. 8 se muestran los nanocables que se sintetizaron en superficies de vidrio (a) y b)) y acero 316L(c)). La Fig. 8 a) muestra las nanoestructuras obtenidas empleando el método: *Spin coating* para obtener semillas y por el método hidrotermal para crecer nanocables de ZnO sobre el vidrio, el crecimiento de estos es en forma de arbusto en dirección vertical y el ángulo de contacto obtenido fue de 101°. La Fig. 8 b) muestra las nanoestructuras obtenidas empleando el método de *Dip coating* para obtener semillas y mediante el método hidrotermal crecer nanocables de ZnO sobre vidrio, se observa un crecimiento de tipo césped en dirección vertical, obteniendo un ángulo de contacto de 110°. Finalmente, la fig.8 c) muestra el crecimiento de nanoestructuras empleando el método: *deposición física de vapor asistida por plasma (PVD)*, para obtener semillas y crecer nanocables de ZnO por el método hidrotermal sobre

acero 316L, se observa un crecimiento en todas direcciones y en algunos casos entrecruzados sin direcciones definidas, obteniendo un ángulo de contacto de 121° sobre la superficie del sustrato.

Tabla I. ESPESORES Y LONGITUDES DE LOS NANOCABLES DE ÓXIDO DE ZINC

MÉTODO	DIÁMETRO (NM)	LONGITUD (µM)
SPIN COATING	248	2.2
DIP COATING	270	2.4
PVD	358	4.8

Los resultados obtenidos muestran que se lograron morfologías del tipo hexagonal de ZnO, tanto en sustratos de vidrio como en los sustratos de acero inoxidable 316L y se obtuvieron ángulos de contacto mayores a 90°, lo que hace que estas superficies sean hidrofóbicas es decir muestran repulsión al contacto con el agua. El arreglo de las nanoestructuras de ZnO en las superficies de los sustratos (césped, arbusto y en todas direcciones), promueven un comportamiento hidrofóbico ya que la estructuras pueden encapsular aire formando cojines de aire propiciando que el agua quede únicamente en la superficie y no pueda introducirse entre los nanocables. El arreglo tipo arbusto tiene un ángulo de contacto menor que el tipo césped o el que crece en todas direcciones. Esto puede deberse a la no homogeneidad del crecimiento de las estructuras en toda la superficie. El valor más alto de ángulo de contacto se encontró en el crecimiento en todas direcciones y esto se explica por la cantidad y tamaño de huecos entre nanoestructuras, ver Fig. 8.

III. EJEMPLOS Y APLICACIONES

Las aplicaciones de los nanocables de óxido de zinc son muy variadas, ya que pueden emplearse en diferentes áreas, como la industria textil, farmacéutica, electrónica, la industria aeroespacial e incluso en la biomedicina, entre algunas otras. Las nanoestructuras de óxido de zinc tienen propiedades excelentes a la absorción a la radiación UV, propiedades ópticas, eléctricas y excelentes propiedades antibacterianas; pueden emplearse para la fabricación de paneles solares, sensores para la detección de gases, fabricación de vidrios especiales, pantallas de cristal líquido, espejos láser, diodos transistores, e incluso utilizada en recubrimientos superficiales en prótesis dentales, razón por la cual, el presente trabajo se centró en él estudio del procesamiento de nanocables de óxido de zinc sobre sustratos como el vidrio y el acero 316L.

IV. CONCLUSIONES

La síntesis de nanocables de óxido de zinc por el método hidrotermal a baja temperatura es favorable para generar el crecimiento de las nanoestructuras sobre sustratos de vidrio y de acero inoxidable 316L.

Los ángulos de contacto obtenidos demuestran que mediante la combinación de estos métodos se pueden obtener superficies hidrofóbicas ya que una vez que fueron evaluados sus ángulos de contacto estos superan los 90°.

Los nanocables obtenidos por el método de PVD presentan un mayor diámetro y longitud, esto debido a que la semilla depositada por este proceso es columnar lo que propicia que las nanoestructuras crezcan en forma vertical.

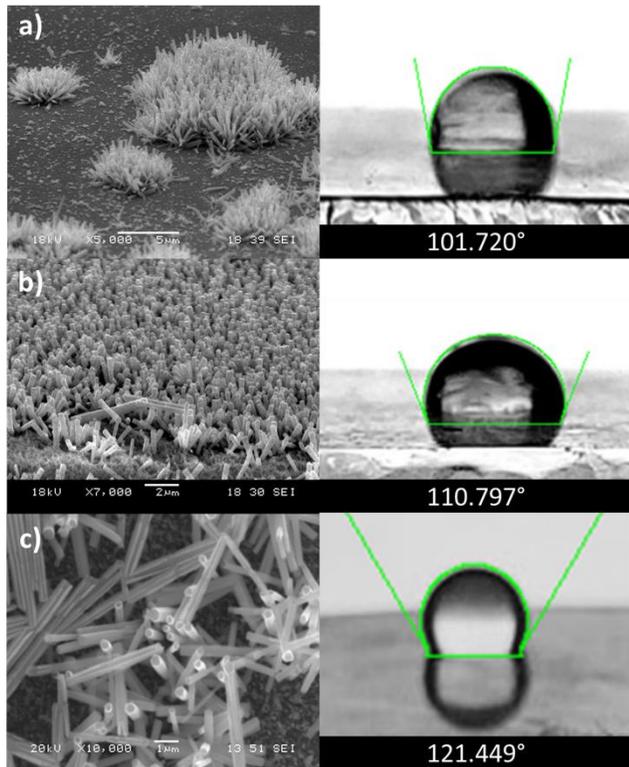


Fig. 8 Nanocables de óxido de zinc sintetizados sobre superficies de vidrio (a) y b)) y acero 316L(c)).

REFERENCIAS

[1] Tianchi Wang, L. C. (2014). Preparation and hydrophobicity of biomorphic ZnO/carbon based on a lotus-leaf template. *Materials Science and Engineering C*, 43, 310-316. doi: 10.1016/j.msec.2014.07.022

[2] Mahmoud Nasrollahzadeh, Z. I. (2019). An Introduction to Green Nanotechnology: Types of Nanostructures (Vol. 28). *Interface Science and Technology*. doi: https://doi.org/10.1016/B978-0-12-813586-0.00002-X

[3] Rasa Mardosaitė, A. J. (2021). Superhydrophobic ZnO Nanowires: Wettability Mechanisms and Functional Applications. *Crystal growth & design*, 21, 4765-4779. doi: 10.1021/acs.cgd.1c00449

[4] Mao, C. (2009). Preparation of lotus-leaf-like polystyrene micro- and nanostructure films and its blood compatibility. *Journal of materials Chemistry*, 19(47), 925. doi:10.1039/b912314h

[5] Yibin Wei, H. Q. (2018). Specially Wettable Membranes for Oil–Water Separation. *Advanced Materials Interfaces*, 5(1800576), 1-27. doi:10.1002/admi.201800576

[6] Law, K.-Y. (2014). Definitions for Hydrophilicity, Hydrophobicity, and Superhydrophobicity: Getting the Basics Right. *The Journal of physical chemistry*, 5(4), 686-688. doi:10.1021/jz402762h

[7] Benedict Samuel, H. Z.-Y. (2011). Study of Wetting and Adhesion Interactions between Water and Various Polymer and Superhydrophobic Surfaces. *The Journal of Physical Chemistry*, 115(30), 14852-14861. doi:10.1021/jp2032466

[8] Lin Wang, Z. (2004). Nanostructures of zinc oxide. *Materials today*, 7(6), 26-33. doi:10.1016/S1369-7021(04)00286-X

[9] Nour, E. S. (2016). Development of Zinc Oxide Piezoelectric Nanogenerators for. Chapter three: Synthesis of nanostructured materials and device processing, 18-21. Suecia: LiU-Tryc. doi:978-91-7685-693-2

[10] Velásquez-García, D. V. (2020). Additively manufactured electrohydrodynamic ionic liquid pure-ion sources for nanosatellite propulsion. *Additive Manufacturing*, 36. doi: 10.1016/j.addma.2020.101719

[11] Y Najih, M. A. (2019). Characterization of ZnO thin films elaborated by cathodic sputtering with different oxygen percentages: investigation of surface energy. *Journal of Physics: Conference Series*, 012015, 1292. doi:10.1088/1742-6596/1292/1/012015

[12] Zanella, R. (2014). Metodologías para la síntesis de nanopartículas controlando forma y tamaño. *Mundo Nano*, 5. doi:10.22201/ceich.24485691e.2012.1.45167



Dulce Viridiana Melo Máximo, es doctora en Ciencias en Metalurgia y Materiales por la ESIQIE IPN de la Ciudad de México. Realizó una estancia posdoctoral en el MIT en Estados Unidos y en la empresa TRAMES S.A. de C.V. Ella es profesora en el Tecnológico de Monterrey, es especialista en caracterización de materiales. La Dra. Melo pertenece al Sistema Nacional de Investigadores Nivel I, al grupo de Manufactura avanzada del Tecnológico de Monterrey y es miembro de la REDISyT.



Lizbeth Melo Máximo, es doctora en Ciencias en Metalurgia y Materiales por la ESIQIE IPN de la Ciudad de México. Realizó una estancia posdoctoral en el laboratorio de Ingeniería de Superficies del ITESM-CEM y estancias de investigación en Brasil y Alemania. Es profesora de tiempo completo del Tecnológico Nacional de México campus Tlalnepantla, es especialista en modificación de superficies. La Dra. pertenece al Sistema Nacional de Investigadores Nivel I, al grupo de Manufactura avanzada del Tecnológico de Monterrey y a la REDISyT.



Fortino Fabián Estrada Martínez es Maestro en Ciencias de la Ingeniería del Tecnológico Nacional de México, Campus Tlalnepantla e Ingeniero en Metalurgia y Materiales por la ESIQIE IPN de la Ciudad de México. Él ha trabajado en la industria para empresas como Minera Autlán, Instituto Mexicano para la Producción más limpia y TERMOINNOVA. S.A. De C.V. El Maestro Estrada es especialista en técnicas de caracterización de materiales.



Celia Massiel Hernández Hernández es Maestra en Ciencias de la Ingeniería del Tecnológico Nacional de México, campus Tlalnepantla, es Ingeniera en nanotecnología por la Universidad Tecnológica de Tecámac. Ella es especialista en la síntesis de

nanoestructuras por métodos químicos y por métodos físicos. La maestra es miembro de la REDISyT.



ReinvenTec

Revista de Ciencia y Tecnología del ITTLA

¿Qué es un testor?

Guillermo Sánchez Díaz^{1*}, Manuel S. Lazo Cortés², Nelva N. Almanza Ortega³

Resumen: Se presenta el concepto de *testor* desde una óptica de la Lógica Matemática y con aplicación a los problemas de clasificación supervisada en el reconocimiento de patrones. Se relaciona el concepto primario con otros surgidos en otras teorías y se mencionan algunas extensiones que ha tenido el concepto de *testor*, así como algunos algoritmos que se han desarrollado para su cálculo, teniendo en cuenta la complejidad algorítmica del problema. El tema puede ser de interés para personas cercanas a la Matemática y la Computación.

Palabras claves: testor, testor típico, testor irreducible, implicante primo.

I. INTRODUCCIÓN

El origen del concepto de testor [1] se enmarca en el análisis de desperfectos en circuitos lógicos complejos; expondremos los conceptos fundamentales de su enfoque matricial, introducido en 1966 [2] por estar más vinculado a la Teoría de Reconocimiento de Patrones, en particular a un problema de clasificación supervisado y resultar sencillo.

II. PLANTEAMIENTO DE UN PROBLEMA DE CLASIFICACIÓN SUPERVISADA

Consideremos el planteamiento clásico de un problema de clasificación supervisado en el reconocimiento de patrones:

Sea U un universo de objetos estudiar, de U sabe que está dividido en ciertas “clases” K_1, \dots, K_r , tales que la unión de ella es todo U ($U = \bigcup_{i=1}^r K_i$) y que no existen elementos de U que estén en más de una clase ($K_i \cap K_j = \emptyset$ para $i \neq j$); de modo que $\{K_1, \dots, K_r\}$ constituye una partición de U y el problema consiste en “dado un objeto S de U determinar a qué clase pertenece; es decir, responder las preguntas ¿ $S \in K_i?$, $i = 1, 2, \dots, r$.”

Se dice que estamos ante un problema de clasificación supervisado si sucede que sólo se conocen algunos “representantes” de cada clase; esto es, ciertos subconjuntos propios K'_1, \dots, K'_r de K_1, \dots, K_r , respectivamente y como se dijo antes se quiere saber a qué clase pertenece un nuevo objeto S ; o sea, un objeto que no está en ninguno de los K'_i ($i=1, 2, \dots, r$). Este tipo de problema se menciona en la literatura como un problema de reconocimiento con aprendizaje o de clasificación supervisada.

Lógicamente el problema tiene otras formulaciones derivadas, por ejemplo, si las clases no son disjuntas, si de alguna clase no se conocen representantes, etc.; pero a ellos no nos referiremos aquí. Se extiende incluso al marco de la teoría de subconjuntos difusos, del procesamiento del lenguaje natural y otras.

Con el planteamiento clásico, la muestra de aprendizaje pudiera expresarse en forma de matriz de aprendizaje (MA) si cada objeto del universo se describe en términos de un conjunto de rasgos o propiedades $R = \{x_1, \dots, x_n\}$; de modo que, si consideramos por ejemplo las clases K_1 y K_2 en las que se conocen t y s elementos respectivamente, nuestra muestra de aprendizaje se puede representar como:

$$MA = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{t1} & a_{t2} & \cdots & a_{tn} \\ b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{s1} & b_{s2} & \cdots & b_{sn} \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n \end{bmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow A_1 \\ \\ \rightarrow A_t \\ \rightarrow B_1 \\ \\ \rightarrow B_s \end{array}$$

Hemos denotado por A_i ($i = 1, 2, \dots, t$) los elementos conocidos de K_1 y por B_j ($j=1, 2, \dots, s$) los de K_2 ; cada columna aparece asociada a una variable y entonces cada elemento de la matriz es la evaluación de la propiedad que representa la columna, en el objeto que se describe en esa fila.

Es importante destacar que en cada objeto O de lo que hemos llamado muestra de aprendizaje se tienen dos tipos de información, que son su descripción en términos de las variables; que en la matriz es la fila correspondiente y que se pudiera representar en forma de vector como $(x_1(O), x_2(O), \dots, x_n(O))$; pero además se sabe su pertenencia a las clases, esta información se puede representar vectorialmente con unos y ceros; el así llamado vector de pertenencias tendrá tantos componentes como clases haya, el uno se entenderá como pertenencia y el cero como su negación.

En nuestro ejemplo el vector de pertenencias de todos los A_i ($i = 1, 2, \dots, t$) será $(1, 0)$ y el de los B_j ($j = 1, 2, \dots, s$) es $(0, 1)$.

Sobre las variables -en principio- no ponemos restricción alguna.

Fecha de envío: (03/08/2023)

Fecha de aceptación: (24/08/2023)

¹Universidad Autónoma de San Luis Potosí, San Luis Potosí, SLP, México. (*autor de correspondencia). guillermo.sanchez@uaslp.mx

²Tecnológico Nacional de México/IT de Tlalnepantla, Tlalnepantla de Baz, Edo. Mex, México. manuel.lc@tlalnepantla.tecnm.mx

³Investigadoras e Investigadores por México/CONAHCYT, Ciudad de México, México. nelva.almanza@conahcyt.mx

Para los objetos a clasificar, de los que se tiene su descripción, el problema justamente es encontrar su vector de pertenencias. Para llegar a una respuesta tendríamos que comparar el objeto a clasificar con los de la muestra de aprendizaje y a partir de ahí sacaríamos conclusiones. El cómo se puede hacer esto, es en gran medida el objeto de estudio de la teoría de reconocimiento de patrones.

Una manera de comparar dos objetos es comparándolos variable a variable; de modo que a cada una de ellas le asociaremos lo que llamaremos un “criterio de comparación” y que con el fin de dar la definición de testor -que es nuestro objetivo- consideraremos que el criterio de comparación nos permitirá decir, dados dos objetos si son “semejantes” o “no semejantes” atendiendo únicamente esa variable. Esto podemos expresarlo construyendo una nueva matriz (de diferencia) cuyas filas serán el resultado de comparar dos objetos de la muestra de aprendizaje -que estén en clases distintas- y que tendrá tantas filas como pares de objetos de tal tipo existan.

En nuestro ejemplo esta matriz, que denotaremos MD , tendrá m filas (y n columnas como MA). De manera general si hay r clases y cada clase K_i tiene m_i elementos en la muestra de aprendizaje ($i = 1, 2, \dots, r$); entonces MD tiene m filas siendo $m = \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=i+1}^r m_i m_j$.

Veamos un ejemplo; sea:

$$MA = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 4 & 7 \\ 3 & 1 & 0 & 8 \\ 5 & 1 & 3 & 6 \\ 3 & 0 & 6 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{matrix} \begin{matrix} K_1 \\ K_2 \end{matrix}$$

Consideremos que para x_1 y x_2 entenderemos que la “semejanza” es la igualdad; de modo que dos valores se considerarán “no semejantes” si no son iguales; para x_3 dos valores se considerarán “no semejantes” si su diferencia en valor absoluto es mayor que uno y para x_4 dos valores serán semejantes si tienen la misma paridad.

En MD representaremos la semejanza por 0 y lo contrario por 1; entonces

$$MD = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

La fila 1 1 1 1 de MD significa que existen en MA dos filas correspondientes a clases diferentes que son “no semejantes” en cada una de las columnas; estas filas son $A_1=2\ 0\ 3\ 5$ y $B_1=3\ 1\ 0\ 8$. La fila 0 0 1 1 de MD , en su caso, se asocia a las filas $A_2=3\ 1\ 4\ 7$ y $B_1=3\ 1\ 0\ 8$ de MA y está expresando “semejanza” en las columnas 1 y 2 y “no semejanza” en las columnas 3 y 4. De esa manera se forma MD , donde el orden de las filas no es importante.

III. EL CONCEPTO DE TESTOR

Sea T un subconjunto de rasgos ($T \subseteq R$); diremos que T es un testor respecto a MA si sus rasgos son suficientes para “diferenciar” los elementos de cada clase con respecto a todos los demás (de las restantes clases).

Fácilmente se ve que T es un testor si cuando se suprime en MD las columnas correspondientes a los rasgos que no están en T no resulta -en la submatriz que queda- ninguna fila compuesta únicamente de ceros.

En el ejemplo, $T_1 = \{x_1, x_2\}$ no es un testor, pero $T_2 = \{x_1, x_3\}$ y $T_3 = \{x_2, x_3, x_4\}$ sí lo son.

MA puede no tener testores; si el conjunto R no lo es; es decir, si en MD hay alguna fila completa de ceros; esto significa que, con los criterios de diferenciación definidos para cada rasgo, resulta que existe al menos un par de objetos en clases diferentes, que son “semejantes” en cada rasgo. Tal situación no es deseable en un problema de clasificación supervisado; o admitimos que los criterios de diferenciación no son adecuados o entonces aceptamos que las clases no son disjuntas.

En particular existe una familia de testores que resulta de especial interés; son los llamados testores típicos.

Sea T un testor de MA ; diremos que T es un testor típico si ningún subconjunto propio de T es un testor de MA . Los testores típicos son entonces los testores minimales para la relación de inclusión.

En el ejemplo, $T_2 = \{x_1, x_3\}$ es un testor típico, pero $T_3 = \{x_2, x_3, x_4\}$ no lo es ya que por ejemplo $\{x_2, x_3\}$ es un testor.

Surge de inmediato el problema de encontrar la familia de testores típicos dada una MA ; familia que se vincula a la solución de los problemas relacionados con la selección de variables, relevancia de los rasgos, etc.

Veamos a través del ejemplo, cómo encontrar los testores típicos de MA y para ello vamos a partir de MD .

Sabiendo que cada fila de MD es el resultado de comparar dos objetos de clases distintas; entonces en nuestro ejemplo podemos afirmar a partir de cada fila, ordenadamente, que existen dos objetos en clases diferentes en MA que se diferencian en $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ y otro par que se diferencian en $\{x_1, x_2, x_4\}$; y otro en $\{x_1, x_3, x_4\}$, otro en $\{x_3, x_4\}$ y así sucesivamente; luego, si queremos diferenciar todos los objetos de una clase, de los de otra debemos tomar x_1 ó x_2 ó x_3 ó x_4 para diferenciar los del primer par, y además x_1 ó x_2 ó x_4 para diferenciar los del siguiente par; y así sucesivamente. Utilizando los operadores lógicos AND (\wedge) y OR (\vee), esto se puede representar en una fórmula lógica conjuntiva así:

$$(x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_4) \wedge (x_1 \vee x_3 \vee x_4) \wedge (x_3 \vee x_4) \wedge (x_1 \vee x_3 \vee x_4) \wedge (x_2 \vee x_3 \vee x_4)$$

Aplicando ahora propiedades de estos operadores podemos obtener una fórmula disyuntiva equivalente.

Es un resultado bien conocido que toda fórmula de cálculo proposicional se puede expresar como disyunción de conjunciones, que incluso esta forma puede ser tal que cada conjunción resulte un implicante primo (esta manera conocida a veces como forma normal disyuntiva reducida (F.N.D.R.), es única).

En una forma disyuntiva, cada término (conjunción) que la conforma es un implicante.

Dada una forma conjuntiva, podemos obtener una forma disyuntiva equivalente aplicando las propiedades de

idempotencia, absorción, conmutatividad, asociatividad y distributividad.

Veamos en el ejemplo

$$\begin{aligned} & (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_4) \wedge (x_1 \vee x_3 \vee x_4) \wedge (x_3 \vee x_4) \wedge \\ & \quad (x_1 \vee x_3 \vee x_4) \wedge (x_2 \vee x_3 \vee x_4) \\ = & (x_1 \vee x_2 \vee x_4) \wedge (x_3 \vee x_4) \text{ aplicando ley de absorción} \\ = & (x_1 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_4) \vee (x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_4) \vee (x_3 \wedge x_4) \vee x_4 \\ & \text{aplicando leyes de distributividad e idempotencia} \\ = & (x_1 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge x_3) \vee x_4 \text{ aplicando ley de absorción} \end{aligned}$$

y hemos llegado a la forma normal disyuntiva reducida equivalente.
La fórmula planteada inicialmente (que lograba diferenciar cada par de objetos en clases diferentes) es equivalente a la que expresa tomar x_1 y x_3 ; ó x_2 y x_3 ; ó x_4 ; cada uno de estos términos (conjunciones) logra lo que queremos y son además minimales ya que constituyen los implicantes primos. Ellos son pues los testores típicos de MA; lo que fácilmente puede comprobarse en MD.

$$T_2 = \{x_1, x_3\}, T_4 = \{x_2, x_3\}, T_5 = \{x_4\}$$

Se verifica que cualquier otro subconjunto de R o no es un testor o contiene uno de estos testores típicos.

Para la obtención de la F.N.D.R. existen métodos muy conocidos como el de Quine–McCluskey, el de Karnough (útil para pocas variables ($n \leq 4$)), el de tabulación y otros; pero hay que decir que el problema es computacionalmente complejo.

Cada testor típico representa entonces un nuevo sistema de referencia (conjunto de variables); en general más pequeño y en el que se mantiene la diferenciación de las clases. Estas características de un testor típico son importantes no sólo en el contexto de un problema de clasificación supervisado, sino además en el contexto de la selección de variables, de la reducción de atributos, la construcción de reglas, entre otros.

IV. ALGORITMOS, EXTENSIONES Y CONCEPTOS RELACIONADOS

1. Algoritmos para el cálculo de testores irreducibles

Teniendo en cuenta la complejidad algorítmica exponencial del problema de calcular todos los testores irreducibles de una muestra de entrenamiento, no han sido pocos los intentos de desarrollar algoritmos que puedan desarrollar esta tarea. En [3] se presenta un recorrido bastante detallado de los principales algoritmos publicados desde 1983 hasta 2020, pero aún después de esa fecha se continúan publicando algoritmos vinculados a esa tarea, que van reduciendo los tiempos de ejecución, al menos en un grupo importante de situaciones [4-6].

2. Extensiones del concepto original

Casi desde los orígenes del concepto de testor, se han estudiado algunas variaciones o generalizaciones del concepto original, considerando que los criterios de comparación de valores de una variable no fueran bivalentes, sino k -valentes, o incluso evaluados en un intervalo continuo, o suavizando o restringiendo las condiciones para considerar que dos objetos en clases diferentes son distinguibles o diferentes. Así han surgido k -testores, δ -testores, ε -testores, fs -testores, g -testores y

testores difusos, por solo citar algunos. Se puede encontrar una exposición de algunos de estos conceptos en [7-9].

3. Conceptos de otras teorías relacionados con el concepto de testor irreducible

La idea que sustenta el concepto de testor es bastante intuitiva a la vez que robusta, por lo que no debe sorprender que conceptos muy similares hayan sido desarrollados en otras teorías. Ese es el caso del transversal de un hipergrafo, concepto desarrollado de manera independiente en la teoría de grafos, pero que tiene mucha similitud y puntos de contacto con el concepto de testor. De manera análoga en la teoría de conjuntos aproximados o rugosos, se define el concepto de reducto, que en muchos sentidos coincide con el de testor irreducible. Para profundizar en este tema el lector puede consultar [10] u [11].

V. CONCLUSIONES

El concepto de testor, se basa en una idea intuitiva y robusta, enraizada en la lógica matemática, con vínculos en otras ramas del saber. A pesar de la complejidad que presenta el cálculo de los testores irreducibles, se ha tenido un avance significativo en el desarrollo de algoritmos exhaustivos para generarlos, además de diversas heurísticas. También, algunas adecuaciones se han aplicado en el cálculo de otros conceptos relacionados como los reductos de la teoría de conjuntos rugosos.

Los testores irreducibles se han utilizado en el proceso de selección de variables en problemas del área médica, así como para la categorización de documentos, en bases de datos, entre otros.

Se puede encontrar en la literatura, una cantidad considerable de publicaciones en torno a los testores irreducibles y sus variantes, los cuales señalan posibles caminos para continuar con el desarrollo de esta teoría.

REFERENCIAS

- [1] Chegus, I. A., y S. V. Yablonskii (1955): Acerca de los test para esquemas eléctricos. *Uspieji Matematicheskii Nauk*, T. 4 (66), No. 10, pp. 182-184. Moscú.
- [2] Dmitriev, A. N., Yi. I. Zhuravliov, y F.P. Krendelev (1966): Acerca de los principios matemáticos de la clasificación de objetos y fenómenos Colección Análisis Discreto T.7, pp. 3-1. Novosibirsk
- [3] Sanchez-Diaz, G., Lazo-Cortes, M. S., Aguirre-Salado, C. A., Piza-Davila, I., and Garcia-Contreras, J. P. (2022). A review of algorithms to computing irreducible testors applied to feature selection. *Artificial Intelligence Review*, 55(8), 6607-6628.
- [4] Gómez, J. P., Montero, F. E. H., Sotelo, J. C., Mancilla, J. C. G., & Rey, Y. V. (2021). RoPM: An Algorithm for Computing Typical Testors Based on Recursive Reductions of the Basic Matrix. *IEEE Access*, 9, 128220-128232.
- [5] Agrawal, P., Abutarboush, H. F., Ganesh, T., & Mohamed, A. W. (2021). Metaheuristic algorithms on feature selection: A survey of one decade of research (2009-2019). *IEEE Access*, 9, 26766-26791.
- [6] Gallegos Acosta, A. E., Torres Soto, M. D., Torres Soto, A., Ponce de León Sentí, E. E., & Ochoa Ortiz Zezzatti, C. A. (2023). Feature Selection in Electroencephalographic Signals Using a Multicriteria Decision Analysis Method. In *Innovation and Competitiveness in Industry 4.0 Based on Intelligent Systems* (pp. 307-336). Cham: Springer International Publishing.
- [7] Lazo-Cortes, M., Ruiz-Shulcloper, J., and Alba-Cabrera, E. (2001). An overview of the evolution of the concept of testor. *Pattern Recognition*, 34(4), 753-762.
- [8] Ruiz-Shulcloper, J. (2008). Pattern recognition with mixed and incomplete data. *Pattern Recognition and Image Analysis*, 18, 563-576.
- [9] Lias-Rodríguez, A., & Pons-Porrata, A. (2009). BR: A new method for computing all typical testors. In *Progress in Pattern Recognition, Image*

- Analysis, Computer Vision, and Applications: 14th Iberoamerican Conference on Pattern Recognition, CIARP 2009, Guadalajara, Jalisco, Mexico, November 15-18, 2009. Proceedings 14 (pp. 433-440). Springer.
- [10] Alba-Cabrera, E., Godoy-Calderon, S., Lazo-Cortés, M. S., Martínez-Trinidad, J. F., and Carrasco-Ochoa, J. A. (2019). On the relation between the concepts of irreducible testor and minimal transversal. *IEEE Access*, 7, 82809-82816.
- [11] Lazo-Cortés, M. S., Martínez-Trinidad, J. F., Carrasco-Ochoa, J. A., and Sanchez-Diaz, G. (2015). On the relation between rough set reducts and typical testors. *Information Sciences*, 294, 152-163.



Guillermo Sánchez Díaz. (México, 1970). Doctor en Ciencias de la Computación por el Centro de Investigación en Computación del Instituto Politécnico Nacional, México (2001). Actualmente es profesor-investigador en la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, SLP, México. Sus intereses de investigación son minería de datos, reconocimiento de patrones y paralelismo. Ha sido autor de diversos artículos en revistas indizadas y congresos internacionales. También ha fungido como árbitro revisor en revistas indizadas y congresos internacionales, así como miembro en comités de congresos internacionales. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores desde 2013.



Manuel S. Lazo Cortés. (Cuba, 1955). Doctor en Ciencias Matemáticas por la Universidad Central Marta Abreu de Las Villas, Cuba (1994). Él ha sido profesor por casi cincuenta años en centros de educación superior en Cuba y México, también ha trabajado para empresas de automática y de computación. Actualmente es profesor de tiempo completo en el Instituto Tecnológico de Tlalnepantla. Sus intereses de investigación son: reconocimiento de patrones con enfoque lógico

combinatorio, clasificadores supervisados y selección de variables.

El Dr. Lazo pertenece al Sistema Nacional de Investigadores desde 2015. Es miembro de la International Association of Pattern Recognition y de la red de Inteligencia Computacional Aplicada. Es evaluador de varias revistas internacionales, miembro del comité científico de varios congresos internacionales y Editor Jefe de ReinvenTec.



Nelva Nely Almanza Ortega. (México, 1984) Doctora en Ciencias de la Computación por el Tecnológico Nacional de México/CENIDET, Cuernavaca, México (2018).

Ella ha sido profesora de asignatura en universidades públicas y privadas, profesora investigadora del Tecnológico Nacional de México, también ha trabajado en empresas privadas como analista de sistemas y analista de datos. Actualmente es Investigadora por México en el Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (Conahcyt). Sus intereses de investigación son: Ciencia de Datos y sus aplicaciones; Minería de Datos, técnicas y algoritmos; Reconocimiento de Patrones.

La Dra. Almanza pertenece al Sistema Nacional de Investigadores desde 2020. Es miembro de la Sociedad Matemática Mexicana, Sociedad Mexicana de Ciencia de la Computación, IEEE #92792570 y de las redes de temáticas a) apoyo a la Decisión y Optimización Inteligente de Sistemas Complejos y de Gran Escala y b) Inteligencia Artificial Computacional Aplicada (RedICA). Ha sido jurado evaluador en eventos de innovación y es revisora de la revista internacional *Digital Signal Processing and Artificial Intelligence for Automatic Learning*.

Los virus, más que solo enfermedades

Iván Alexander Santos-Cabrera¹

Resumen: Los virus han tenido relevancia en años recientes debido a la pandemia de COVID19. Su presencia posiblemente se remota desde el origen de la vida en el planeta, y aunque la mayoría se ha relacionado con las enfermedades en humanos y animales, otros han permitido proporcionar ventajas que se han mantenido durante la evolución de los organismos, y recientemente se han utilizado como fuente para el desarrollo de innovaciones biotecnológicas.

Palabras clave: virus, biotecnología, patógeno, organelos, zoonóticos, infección

I. INTRODUCCIÓN

Antes de la primera revolución industrial, los científicos asociaban la mayoría de las enfermedades por bacterias, hongos o protozoarios (parásitos) [1]. Esto debido a que eran las únicas entidades biológicas que se podían observar a través del microscopio en aquellos tiempos. Sin embargo, algunos patógenos más pequeños que las bacterias aún no habían sido descubiertos [4]. El botánico Dimitri Ivanovsky, investigaba una extraña enfermedad que afectaba a las plantaciones de tabaco en Rusia. Realizó experimentos para la identificación del patógeno mediante la obtención de una muestra fresca de

material vegetal infectado, macerarlo y pasarlo a través de filtros con poros lo suficientemente pequeños para retener al patógeno, posteriormente tomar muestra del filtro y observarlo al microscopio [1,2] (Fig. 1). Ivanovsky no pudo identificar algún organismo y asoció la enfermedad con toxinas producidas por alguna bacteria desconocida. El microbiólogo Martinus Beijerinck, retomó los estudios de Ivanovsky. Se planteó la siguiente pregunta “Si existe un agente patógeno en el macerado vegetal ¿Podría infectar y provocar la enfermedad en plantas sanas?”.

Beijerinck realizó el mismo experimento, pero tomó una muestra del líquido filtrado y realizó diluciones e infectó a plantas sanas. Al paso de unos días todas las plantas volvieron a desarrollar la enfermedad [3]. Debido a las limitaciones tecnológicas del siglo XIX, no pudo aislar al patógeno [4]. Las dos conclusiones generadas fueron: 1. Existe un patógeno más pequeño que las bacterias y 2. Requieren de un tejido vivo para poder propagarse. Propuso como Virus debido a las características del fluido *Contagium vivium fluidum* (Fluido vivo contagioso) [5]. A finales de 1930, Gustav Kausche, Edgar Pfankuch y Helmut Ruska lograron observar por primera vez a un virus, utilizando muestras del mismo virus estudiado por Ivanovsky y Beijerinck, nombrándolo como Virus del mosaico

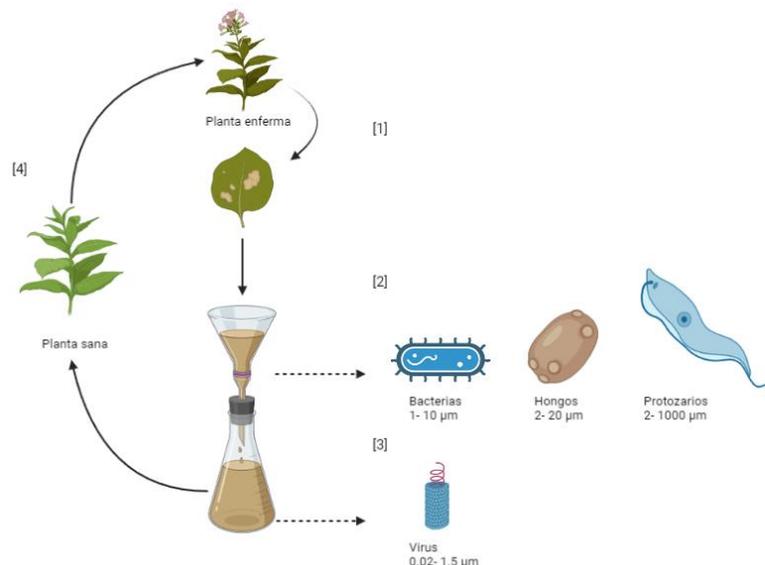


Fig. 1. Experimento de Dimitri Ivanovsky. (1) Obtención de tejido de planta infectada, (2) macerado del tejido para obtener extracto pasando por un filtro chamberland con poros de 1 µm. El tamaño de poro permite la retención de patógenos debido a su tamaño superior. (3) Filtrado de macerado [1,2,3].

del tabaco o TMV por sus siglas en inglés, *Tobacco mosaic virus* [6] (Fig. 2).

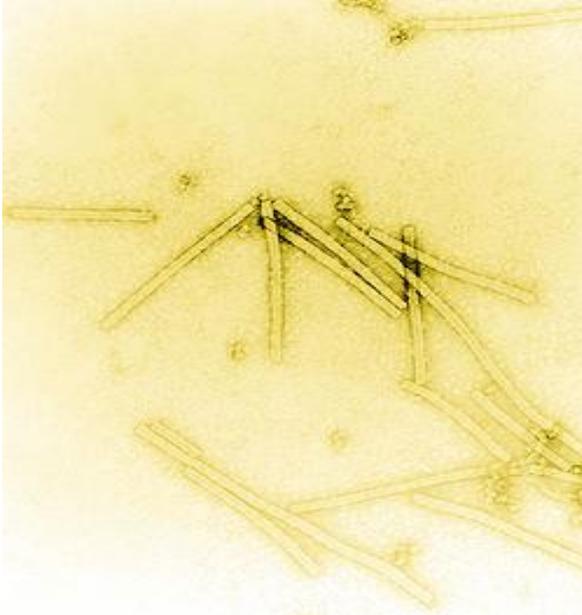


Fig. 2 Microscopía electrónica del Virus del mosaico del tabaco tomada por Gustav Kausche, Edgar Pfankuch y Helmut Ruska [6].

I. VIRUS Y LA VIDA

A lo largo de la historia de la humanidad los virus han estado presentes, algunos de ellos han provocado pandemias, otros han pasado desapercibidos e inclusive hay teorías sobre la evolución humana a partir de infecciones virales [7].

La definición más aceptada de un virus es “un agente

infeccioso que solo puede replicarse (duplicarse) dentro de un organismo huésped”. Actualmente se sabe que pueden infectar a todas las clases de organismos vivos e incluso otros virus [8].

Una teoría sugiere que, en algún momento, los virus fueron células completas, pero tras diversos procesos evolutivos que implicaron la infección obligada de hospederos, fueron perdiendo material biológico como organelos, lo que les permitió especializarse en la infección de otros seres vivos [9].

La presencia de estos elementos biológicos ha guiado la vida a lo largo de su historia. De hecho, se han encontrado virus que pueden infectar prácticamente a todos los organismos del mundo. Esta capacidad infecciosa de los virus ha sido una fuerza evolutiva que ha seleccionado a aquellos organismos que han logrado sobrevivir [10].

Un ejemplo reciente de evolución viral es el virus SARS-CoV-2, que inició como un virus que dio un salto de especie, probablemente de algún mamífero cercano genéticamente con el ser humano [11] (Fig. 4). Estas capacidades de salto de los virus son fenómenos evolutivos, ocasionados por presión evolutiva o incitadores. Las investigaciones del origen sugieren que fue en un mercado de China donde se comercializaban animales silvestres. Las interacciones cercanas entre especies permiten este cruzamiento y salto de hospedero [11,12].

La evolución ocurre por la presencia de mutaciones. Las mutaciones son modificaciones en el ADN que ocurren en todos los organismos, incluyendo a los virus [12] (Fig. 4). Algunas mutaciones no provocan efectos notables en el organismo o virus, pero otras pueden permitir tener una mayor compatibilidad al infectar a otros organismos diferentes al hospedero principal [11]. Estas mutaciones que se han generado durante la evolución han permitido la diversificación de especies en todo el mundo. En el caso particular de los virus, estas mutaciones pueden dar lugar a virus zoonóticos, que son aquellos que se transmiten de animales a humanos o viceversa [13].

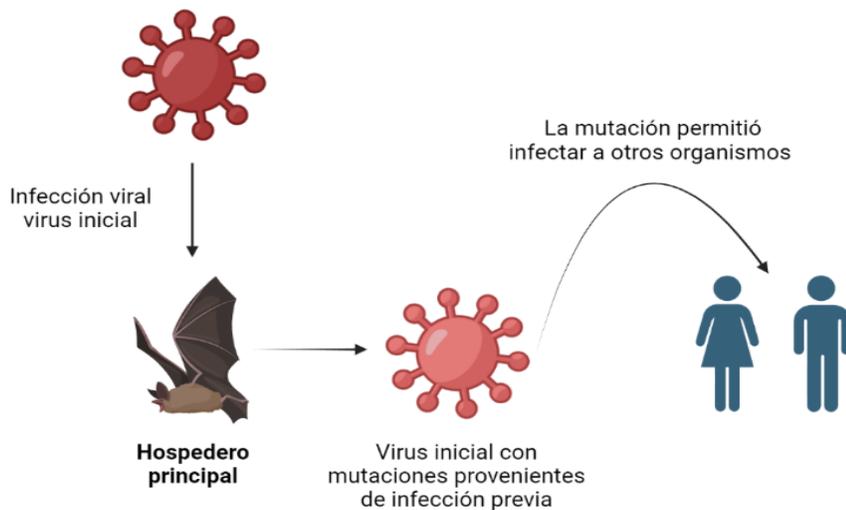


Figura 3 Infección de virus zoonóticos. Un virus infecta a un organismo (murciélago), sin embargo, en la naturaleza pueden ocurrir cambios (mutaciones) que permiten que infecten a otros organismos (por ejemplo, humanos).

Los virus han sido una fuerza evolutiva importante en la historia de la vida de la Tierra, y su capacidad de infectar y mutar ha llevado a la diversificación de especies y a la selección de aquellos organismos que han sabido adaptarse a su presencia [11,12,13].

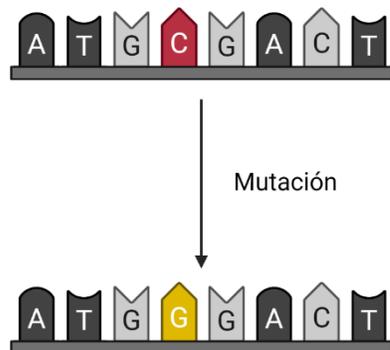


Fig. 4 Mutación. Es el cambio en una o varias, regiones del ADN de un organismo.

III. VIRUS, POTENCIALES ALIADOS

A pesar de la mala reputación que se les ha dado a los virus, muchas de sus características se han aprovechado para el mejoramiento de diferentes procesos. Algunas de sus aplicaciones en el área biomédica son:

Nanomedicina: Los virus oncolíticos son virus que tienen la capacidad de infectar específicamente células cancerígenas y provocar su muerte. Se han realizado experimentos para asegurar su eficiencia logrando resultados prometedores en algunos tipos de cáncer. Otro desarrollo tecnológico, son los VLP (*Virus Like Particles*), que se basan en utilizar la estructura exterior de los virus como mecanismo de entrega de fármacos o moléculas para la producción de vacunas (vacuna a base de VLP) [14,15].

Ingeniería genética: Una de las características innatas de los virus es que necesitan insertar su material genético en la célula hospedera. Se han utilizado para generar organismos modificados mediante la infección de un virus con material genético de interés [17].

Nanorreactores: La estabilidad estructural que presentan algunos virus ha permitido incorporar enzimas dentro de sus estructuras [16]. Las enzimas son biomoléculas orgánicas que realizan reacciones químicas. Todos los organismos producen enzimas para la obtención de energía, modificación de moléculas en el metabolismo o degradación de compuestos tóxicos. La ventaja de esto es la estabilidad que otorga la estructura viral junto con la de las enzimas, similar a un escudo [15].

Nanomateriales: Se han aislado algunos virus con estructuras particulares, desde estructuras cilíndricas hasta poliedros

complejos. Se están probando estructuras similares a los nanotubos para la creación de nanomateriales eléctricos [178]. Las aplicaciones futuras podrían ser en el mejoramiento de algunos materiales en circuitos eléctricos basados en las estructuras virales [19].

Biosensores: Durante la emergencia sanitaria de COVID-19, se necesitaban sistemas de detección rápida que tuvieran una eficacia similar a las pruebas de PCR (*Polimerase Chain Reaction*) [20]. Los biosensores son sistemas de detección basados en principios biológicos. Por ejemplo, las famosas pruebas rápidas de embarazo. Aunque el desarrollo de biosensores se había iniciado décadas antes, la innovación fue acelerada durante la pandemia. La estandarización e innovación actual de ellos ha permitido su producción a gran escala, lo que ha permitido la detección de cualquier virus aislado mediante estas herramientas [16].

Vacunas: Una vacuna es un tipo de medicamento que se usa para prevenir o reducir la gravedad de enfermedades en humanos y animales mediante la generación de anticuerpos [22]. Las vacunas han permitido la reducción en la mortalidad y morbilidad de muchas enfermedades [23]. Algunas vacunas usan algunos fragmentos estructurales virales. Estos fragmentos se presentan al cuerpo humano para que los reconozca y genere anticuerpos, sin la capacidad de que esos minúsculos pedazos puedan infectar [24]. Recientemente se desarrolló otra forma de generar inmunidad en la que se toma un fragmento del material genético viral y se envía al cuerpo para que sintetice una estructura viral sin tener la capacidad de infección, lo que permite el reconocimiento mediante el sistema inmunitario para la generación de anticuerpos específicos [24, 25].

IV. CONCLUSIONES

Los virus han sido un tema más allá de lo biológico, aunque sus implicaciones en la vida han sido notorias, aún desconocemos gran parte de sus funciones y aplicaciones. No dejarán de estar presentes en el futuro y tal vez puedan ocurrir nuevas pandemias, por ello es importante las investigaciones que se han estado desarrollando en las últimas décadas para la generación de vacunas y otras tecnologías.

REFERENCIAS

1. Bos, L. (2000). 100 years of virology: from vitalism via molecular biology to genetic engineering. *Trends in Microbiology*, 8(2), 82-87.
2. Lustig, A., & Levine, A. J. (1992). One hundred years of virology. *Journal of virology*, 66(8), 4629-4631.
3. Creager, A. N. (2002). *The Life of a Virus: Tobacco Mosaic Virus as an Endeavour*, 26, 2.
4. Egerton, R. F., & Egerton, R. F. (2016). *An introduction to microscopy. Physical Principles of Electron Microscopy: An Introduction to TEM, SEM, and AEM*, 1-26.
5. Zerbini, F. M., & Kitajima, E. W. (2022). From Contagium vivum fluidum to Riboviria: A Tobacco Mosaic Virus-Centric History of Virus Taxonomy. *Biomolecules*, 12(10), 1363.
6. Breedlove, B. (2022). Durable Vitality and Magical Forms. *Emerging Infectious Diseases*, 28(5), 1085.
7. Berche P. (2022). *The Spanish flu. Presse medicale (Paris, France : 1983)*, 51(3), 104127. <https://doi.org/10.1016/j.lpm.2022.104127>

8. Siddell, S. G., Smith, D. B., Adriaenssens, E., Alfenas-Zerbini, P., Dutilh, B. E., Garcia, M. L., ... & Zerbini, F. M. (2023). Virus taxonomy and the role of the International Committee on Taxonomy of Viruses (ICTV). *The Journal of general virology*, 104(5).
9. Mughal, F., Nasir, A., & Caetano-Anollés, G. (2020). The origin and evolution of viruses inferred from fold family structure. *Archives of Virology*, 165, 2177-2191.
10. Forterre, P. (2010). Defining life: the virus viewpoint. *Origins of Life and Evolution of Biospheres*, 40, 151-160.
11. Wolf, J. M., Wolf, L. M., Bello, G. L., Maccari, J. G., & Nasi, L. A. (2023). Molecular evolution of SARS-CoV-2 from December 2019 to August 2022. *Journal of medical virology*, 95(1), e28366. <https://doi.org/10.1002/jmv.28366>
12. Pagani, I., Ghezzi, S., Alberti, S., Poli, G., & Vicenzi, E. (2023). Origin and evolution of SARS-CoV-2. *European physical journal plus*, 138(2), 157. <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-023-03719-6>
13. Vreman, S., Kik, M., Germeraad, E., Heutink, R., Harders, F., Spierenburg, M., Engelsma, M., Rijks, J., van den Brand, J., & Beerens, N. (2023). Zoonotic Mutation of Highly Pathogenic Avian Influenza H5N1 Virus Identified in the Brain of Multiple Wild Carnivore Species. *Pathogens (Basel, Switzerland)*, 12(2), 168. <https://doi.org/10.3390/pathogens12020168>
14. Ma, R., Li, Z., Chiocca, E. A., Caligiuri, M. A., & Yu, J. (2023). The emerging field of oncolytic virus-based cancer immunotherapy. *Trends in cancer*, 9(2), 122–139. <https://doi.org/10.1016/j.trecan.2022.10.003>
15. Mejía-Méndez, J. L., Vazquez-Duhalt, R., Hernández, L. R., Sánchez-Arreola, E., & Bach, H. (2022). Virus-like Particles: Fundamentals and Biomedical Applications. *International journal of molecular sciences*, 23(15), 8579. <https://doi.org/10.3390/ijms23158579>
16. Varanda, C., Félix, M. D. R., Campos, M. D., & Materatski, P. (2021). An overview of the application of viruses to biotechnology. *Viruses*, 13(10), 2073.
17. Pupo, A., Fernández, A., Low, S. H., François, A., Suárez-Amarán, L., & Samulski, R. J. (2022). AAV vectors: The Rubik's cube of human gene therapy. *Molecular therapy : the journal of the American Society of Gene Therapy*, 30(12), 3515–3541. <https://doi.org/10.1016/j.ymthe.2022.09.015>
18. Zhao, Z., Simms, A., & Steinmetz, N. F. (2022). Cisplatin-Loaded Tobacco Mosaic Virus for Ovarian Cancer Treatment. *Biomacromolecules*, 23(10), 4379–4387. <https://doi.org/10.1021/acs.biomac.2c00831>
19. Jeong, J. S., Lee, G. S., Park, T. E., Lee, K. Y., & Ju, H. (2022). Bio-inspired electronic fingerprint PUF device with single-walled carbon nanotube network surface mediated by M13 bacteriophage template. *Scientific reports*, 12(1), 20096. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-24658-9>
20. Ma, X., Xu, J., Zhou, F., Ye, J., Yang, D., Wang, H., Wang, P., & Li, M. (2022). Recent advances in PCR-free nucleic acid detection for SARS-CoV-2. *Frontiers in bioengineering and biotechnology*, 10, 999358. <https://doi.org/10.3389/fbioe.2022.999358>
21. Choi, H. K., & Yoon, J. (2023). Nanotechnology-Assisted Biosensors for the Detection of Viral Nucleic Acids: An Overview. *Biosensors*, 13(2), 208. <https://doi.org/10.3390/bios13020208>
22. Kayser, V., & Ramzan, I. (2021). Vaccines and vaccination: history and emerging issues. *Human vaccines & immunotherapeutics*, 17(12), 5255–5268. <https://doi.org/10.1080/21645515.2021.1977057>
23. Liang, T. J., & Ghany, M. G. (2013). Current and future therapies for hepatitis C virus infection. *New England Journal of Medicine*, 368(20), 1907-1917.
24. Pebody, R., & Kretzschmar, M. (2009). Principles and Practice of Vaccinology. In *Modern Infectious Disease Epidemiology: Concepts, Methods, Mathematical Models, and Public Health* (pp. 235-248). New York, NY: Springer New York.
25. Rzymiski, P., Szuster-Ciesielska, A., Dzieciatkowski, T., Gwenz, W., & Fal, A. (2023). mRNA vaccines: The future of prevention of viral infections?. *Journal of Medical Virology*, 95(2), e28572.

Iván Alexander Santos Cabrera. Maestro en Ciencias de la Vida por el Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California (CICESE), identificó Bacterias que tienen la capacidad para producir péptidos que combaten patógenos humanos. Licenciado en Biotecnología de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Trabajó en el Laboratorio del Jardín Botánico Universitario en el área de fitopatología molecular. Realizó investigaciones de los efectos de compuestos químicos para mejorar la respuesta de las plantas contra virus.

Nanotecnología, una visión general para su uso en nanomedicina

Jaqueline Stephanie Ley Martinez¹, José Erick Ortega Valencia^{1*}, Lizbeth Melo Máximo¹

Resumen: Los avances de la nanotecnología en los últimos años, ha favorecido el uso de las nanopartículas en diversas ramas de la medicina, dando lugar a la generación de áreas como la nanomedicina, la cual aprovecha las características de los nanomateriales como lo son: efecto de la alta relación de área de superficie con la proporción de volumen y tamaño a nano escala provocando cambios en las propiedades físicas y químicas de los materiales originales.

Los nanomateriales se clasifican según su síntesis, su morfología o su composición, lo que permite la estandarización de procesos para crear materiales con características uniformes y personalizadas, exponenciando el avance en técnicas terapéuticas, de diagnóstico y de detección. El presente trabajo, describe de manera general la historia, conceptos generales, clasificación y aplicación de nanopartículas en nanomedicina con la finalidad de ser aplicadas para el desarrollo de biosensores y distribución de fármacos.

Palabras claves: Biosensor, Distribución de fármaco, Nanomedicina, Nanopartícula.

I. INTRODUCCIÓN

La nanotecnología es el estudio que combina diversas áreas emergentes de la ciencia como la medicina, la ingeniería y la tecnología a nivel de nano escala, sintetizando y desarrollando materiales de entre 1 y 100 nm (1 milímetro dividido un millón de veces), los cuales están compuestos principalmente de carbono, metales, óxidos metálicos o materia orgánica [1, 2]. El concepto de selección de fármacos mediante el uso de nanopartículas inspiró en la visita de Paul Ehrlich, a la ópera de Karl Maria Von Weber "Der Freischütz" en 1954, en el que propone el uso de anticuerpos para el direccionamiento de fármacos, a sitios específicos, denominando a este sistema entrega "Zauberkegel" (inglés "Magic Bullets") o bala mágica [2, 3].

El término nanotecnología fue introducido por primera vez en la conferencia de Richard Feynman titulada "There's Plenty of Room at the Bottom", durante la reunión de la Sociedad Estadounidense de Física en Caltech a finales de 1959 [2- 4]. Inspirado por el concepto de Feynman, K, el Dr. Eric Drexler en su famoso libro "Motores de la creación: la era venidera de la nanotecnología", propuso por primera vez la idea de utilizar materiales o dispositivos en un tamaño a nano escala [4]. En 1974, el término Nanotecnología sería empleado por primera

vez, por Norio Taniguchi, quien afirma que: "La nanotecnología consiste principalmente en el procesamiento, separación, consolidación y deformación de materiales por parte de un átomo o una molécula". En 1980 se aceleraría el desarrollo de la tecnología con la invención de varias técnicas espectroscópicas, las cuales serían de apoyo para la innovación e investigación de estas [5].

Las nanopartículas exhiben diferencias a sus respectivas partículas a escalas mayores, al mostrar características físicas, químicas y biológicas únicas como una mayor reactividad, poseen mayor resistencia mecánica y propiedades ópticas dependientes a su tamaño; esto atribuido a que el área de superficie es relativamente mayor al volumen [1, 2]. Con la finalidad de entender mejor cada mecanismo involucrado en la síntesis de nanopartículas y sus respectivos cambios en las propiedades biológicas, se realizan caracterizaciones complementarias, las cuales, ayudan a describir, evaluar el tamaño, la superficie o carga, haciendo uso de técnicas avanzadas como: Dispersión de luz dinámica (DLS), microscopía de fuerza atómica (AFM), microscopía electrónica de transmisión (TEM), Análisis de seguimiento de nanopartículas (NTA) y microscopio electrónico de barrido (SEM) [6- 8].

Actualmente, la nanotecnología está evolucionando rápidamente y forma parte de casi todos los campos relacionados con la química de los materiales como la medicina, permitiendo el desarrollo de la nanomedicina [6,7]. La implementación de avanzadas herramientas de caracterización y síntesis han permitido estandarizar la producción de nanomateriales permitiendo que estos sean considerados en áreas como la medicina para la distribución de fármacos o desarrollo de biosensores, reduciendo el costo de desarrollo y efectos secundarios [8]. Esta revisión intenta proporcionar una visión general para entender el concepto, clasificación y posibles aplicaciones de nanopartículas en medicina.

II. CLASIFICACIÓN DE LOS NANOMATERIALES

Los nanomateriales pueden ser catalogados de acuerdo con su composición, con el método de síntesis o la morfología obtenida, ésta última incluye la planitud, esfericidad y relación de aspecto, entendiendo como esférica, cubica, helicoidal u

Fecha de envío: (03/08/2023)

Fecha de aceptación: (22/08/2023)

¹ TecNM/IT Tlalnepantla, Tlalnepantla, Estado de México, México. hackeol@hotmail.com; kcire_esojorva@hotmail.com (*autor de correspondencia); lizabeth.mm@tlalnepantla.tecnm.mx.

Este trabajo fue apoyado en parte por COMECYT a través del Programa Investigadoras e Investigadores COMECYT EDOMEX en su modalidad Cátedra, folios ESYCA2023-13701 y ESYCA2023-114389.

ovalada y que tienen menor relación de aspecto (proporción entre el ancho y la altura en su geometría), mientras que aquellas con formas más complejas como zigzag o hélice mantiene una mayor relación de aspecto [9,10]. Los nanomateriales pueden dividirse por su dimensión en 0 dimensiones (0D) es decir, todos sus lados son menores a 100 nm, unidimensionales (1D), unos de sus lados no está por debajo de los 100nm, bidimensionales (2D) dos de sus lados no se encuentran en ese rango y tridimensionales (3D) ninguna de sus dimensiones se encuentran en ese rango [9-12]; en cuanto a su composición, se pueden encontrar Nanomateriales de base: carbono, orgánica, inorgánica o compuestos, los cuales se describen a continuación:

- *Nanomateriales a base de carbono.* Que son compuestos principalmente de carbono e incluyen 5 estructuras características como: fullerenos (nanomateriales esféricos y elipsoidales), Nanomateriales cilíndricos, nanodiamante, grafito y grafeno [10-14]. Este tipo de materiales han sido ampliamente utilizados ya que poseen un notable interés comercial atribuido a su conductividad eléctrica, resistencia, estructura, alta afinidad electrónica y por lo tanto gran versatilidad [14].

- *Nanomateriales de base orgánica.* Son compuestos orgánicos (lípidos, carbohidratos o poliméricos) de un tamaño de 10 nm a 1 μm , los cuales poseen como característica el ser biodegradables y no ser tóxicos [8]. El uso de este tipo de estructuras, principalmente las elaboradas a partir de polímeros, ha ido en aumento debido a su integridad estructural y estabilidad, lo cual ha permitido su aplicación en áreas como la liberación controlada de fármacos [11, 15, 16]. La capacidad de carga del fármaco, estabilidad y sistemas de entrega que determinan su campo de aplicación y eficiencia [8].

- *Nanomateriales de base inorgánica.* Nanomateriales de metal, óxido metálico y cerámica, las cuales al acercarse a un tamaño de entre 1nm a 1 μm se les atribuyen propiedades ópticas y electrónicas diversas [8]; algunas de estas propiedades permiten que sean empleados como agentes de contraste, al poseer un alto brillo, foto estabilidad y capacidad multicolor dependiendo del tamaño promedio de las nanopartículas en solución [15,17].

- *Nanomateriales compuestos.* Son el resultado de la selección de las mejores cualidades, es decir, de la mezcla de dos o más materiales diferentes, a través del uso de nanopartículas o nanoestructuras en una matriz, obteniendo mejoras en la flexibilidad y en las propiedades mecánicas, físicas, químicas o biológicas [15].

Por otro lado, la síntesis se puede definir como la obtención de nuevos nanomateriales con propiedades únicas, algunos de ellos se muestran en la tabla 1 [5, 8, 18, 19].

III. APLICACIONES EN LA MEDICINA

Como se mencionó anteriormente, la nanotecnología es un campo de la ciencia, que, por su versatilidad, permite su aplicación en diversas áreas como la medicina, la nanobiotecnología, los Nano sistemas, la Ingeniería óptica, la bioingeniería, entre otras, las cuales se ilustran en la Fig. 1 [13,

20, 21].

Tabla I. NANOPARTÍCULAS SINTETIZADAS A PARTIR DE LOS DISTINTOS MÉTODOS

Método de síntesis	Tipo de nanopartícula producida
Sol-gel	A base de carbono, metal y óxido metálico.
Spinning	De base orgánica
Deposición de vapor químico (CVD)	A base de carbono e inorgánicos
Pirólisis	A base de óxido de carbono y metal
Biosíntesis	Polímeros orgánicos y de base metálica
Fresado mecánico	A base de metal, óxido y polímero
Nano litografía	De base inorgánica
Ablación láser	A base de carbono y a base de óxido de metal
Sputtering o Pulverización catódica	A base de metal
Descomposición térmica	Basado en óxido de carbono e inorgánicos
Descarga de arco	Materiales a base de carbono
Solvothermal e hidrotermal	De base orgánica e inorgánica
Plantillas blandas y duras	De base orgánica e inorgánica
Micelar inverso	De base orgánica
Micro emulsión	De base orgánica, inorgánica y compuestos
Micro mecanizado	De base inorgánica y compuestos

La medicina es una ciencia que precisa de involucrar la ingeniería y la práctica para poder llevar a cabo un diagnóstico, tratamiento, terapia, monitoreo y prevención de enfermedades; Por lo tanto, la nanomedicina es un área que involucra múltiples disciplinas como la nanociencia, la nano ingeniería y la nanotecnología [7,23]. El empleo de la nanomedicina tiene una amplia perspectiva mediante el desarrollo de sistemas personalizados, los cuales por su tamaño reducido, seguridad y alta efectividad reducen su costo y facilitan su administración, además de permitir la combinación sinérgica de materiales nanoestructurados potencializando su efecto [23-27]. En la nanomedicina se pueden encontrar tres áreas principales: Nano diagnóstico, diseño y desarrollo de sistemas de diagnóstico temprano *in vivo* o *in vitro* mediante la obtención de resultados analíticos o de imagen[28-30]; en donde la administración de fármacos se lleva a cabo mediante el empleo de agentes quimioterapéuticos, los cuales, al ser administrados en la concentración más eficaz pueden mejorar el índice terapéutico y perfil farmacocinético [31, 32]; y medicina regenerativa, la cual, mediante el uso de nanosistemas logra reparar o

reemplazar tejidos y órganos dañados, con lo que se busca mejorar la calidad de vida del paciente [33, 34].

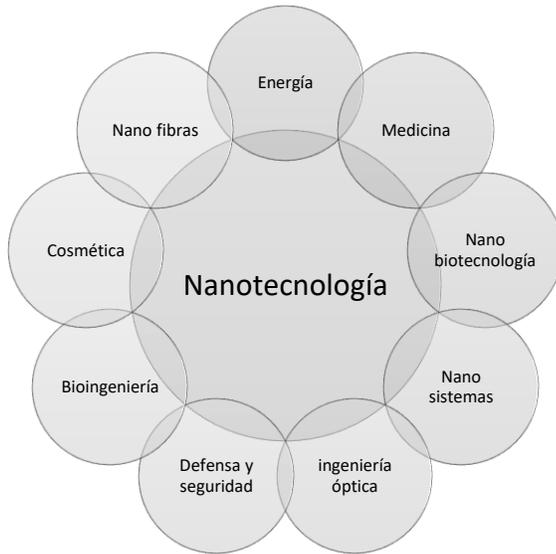


Fig. 1. Aplicaciones de la nanotecnología [Imagen tomada de Ley-Martinez 2022].

1. Biosensores

Por su parte, los biosensores son dispositivos que realizan la detección de afecciones mediante el empleo de diversos analitos incorporando materiales inmovilizados en la superficie de un transductor fisicoquímico o microsistema de transductor, dando como resultado una señal posterior a la unión de un analito específico con un elemento de reconocimiento biológico; este tipo de sistema permite tener una alta sensibilidad, especificidad y precisión mejorando a su vez, el tiempo de respuesta, reduciendo el costo, portabilidad y permitiendo la aplicación *in situ* [35]. Estos se clasifican por su especificidad biológica, por el tipo de transducción de señales o la combinación de ambos criterios como se muestra en la Fig. 2; la detección de los biosensores se produce al generarse un cambio de masa, una diferencia de potencial, un cambio en el índice de refracción, una diferencia en el pH, modificación de la corriente u algunos otros parámetros [35, 36]; mientras que el reconocimiento y transducción de la señal se realiza por transductores electroquímicos, ópticos, termométricos, micro mecánicos, entre otros[35].

2. Sistemas dirigidos de liberación de fármacos

Las nanopartículas son sistemas que han sido empleados como portadores de fármacos para el tratamiento de enfermedades diversas y suelen ser avirulentos (Grado de la incapacidad de los microorganismos para producir una enfermedad), además de formar cápsulas y películas fácilmente [23, 26, 38, 39]; este tipo de sistemas se destacan por su capacidad de atravesar barreras fisiológicas por su pequeño diámetro y su estabilidad para proteger macromoléculas, como péptidos, proteínas, oligonucleótidos y genes, de los procesos de degradación en

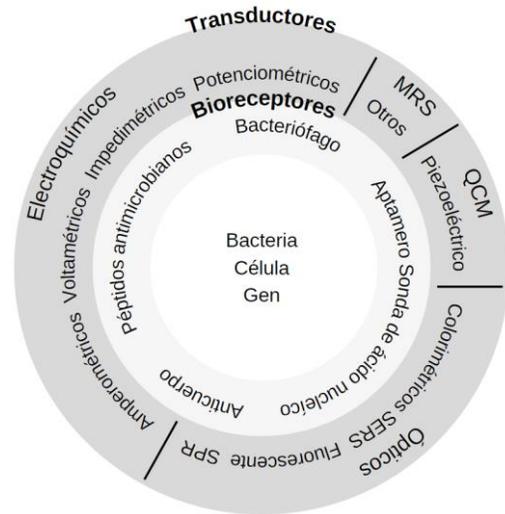


Fig. 2 Descripción esquemática de biosensores para la detección de Salmonella y sus tendencias actuales [imagen basada en Ortega-Valencia, 2022].

me-dios biológicos hasta llegar a un sitio objetivo para llevar a cabo una liberación controlada [26, 40, 41]; además, estos sistemas pueden co-encapsularse [40, 42]; y transportar anticuerpos o aptámeros que les permite reconocer células específicas y así llevar a cabo un tratamiento eficaz [7, 23, 43]. Los materiales más empleados para el desarrollo de nanopartículas para el transporte de fármacos se muestran en la Fig. 3 e incluyen polímeros naturales y sintéticos (nanopartículas poliméricas, micelas, dendrímeros), materiales inorgánicos como óxidos de oro, hierro y silicio (nanopartículas inorgánicas), lípidos (liposomas), compuestos organometálicos (nanotubos) y virus [44, 45]. El material que compone las nanopartículas debe poder degradarse en moléculas sin toxicidad para poder ser empleados en seres vivos, ya que las propiedades fisicoquímicas pueden afectar los procesos de absorción, liberación e interacción con compuestos del tejido donde serán introducidos [24, 46, 47].

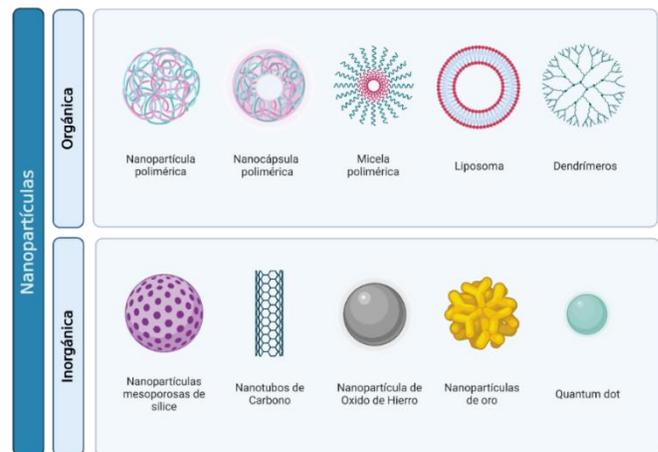


Fig. 3 Tipos de nanopartículas empleadas para el desarrollo de sistemas de administración fármacos [Imagen tomada de Ley-Martínez 2022].

La finalidad del diseñar portadores para la administración de fármaco es lograr su liberación de manera eficaz en sitios objetivo, escapando de los procesos naturales de eliminación inmunitaria, logrando adherirse a los tejidos objetivos para posteriormente ser absorbidos o interactuar con un receptor deseado en células *in vivo* [48, 49]. Los sistemas de nanoportadores empleados pueden ser mediante enlaces covalentes para unir y transportar los sistemas, o mediante la encapsulación o formación de complejos [50]. En donde aquellos sistemas que implican enlaces covalentes se liberan de manera inmediata al llegar al sitio diana; mientras que, la liberación de fármaco de sistemas encapsulados puede darse por la erosión de la superficie de la matriz, división de los enlaces de los constituyentes superficiales o internos de la matriz o dispersión gradual del fármaco encapsulado; estas mismas cualidades permiten que la tasa de liberación del fármaco pueda ser controlada [51–53]. Hoy en día podemos encontrar este tipo de sistemas aplicado en enfermedades como cáncer, diabetes, asma y enfermedades neurodegenerativas como el Alzheimer [54, 55].

V. CONCLUSIONES

La nanotecnología es un campo reciente que ha permitido el desarrollo de múltiples áreas de investigación como la nanomedicina, en donde el desarrollo e implementación de nanopartículas de diversos materiales, ha llevado a la generación de biosensores para el pronto diagnóstico y del diseño de sistemas dirigidos hacia el tratamiento de enfermedades de una forma más personalizada y estandarizada.

Actualmente, el área de la nanomedicina a pesar de ser empleada para el tratamiento de múltiples enfermedades que incluyen cáncer, asma, diabetes incluso Alzheimer; no se encuentra regulada y por ello la implementación de estos sistemas es menor en la salud pública. Se espera que en los próximos años puedan observarse productos de la nanomedicina para la vigilancia integral, control, construcción, reparación, defensa y mejora de los sistemas biológicos, permitiendo una capacitación interdisciplinaria que permita que la investigación y desarrollo de estos sistemas sea igual para la industria, el gobierno y academia, dando como resultado un beneficio a la salud humana a través de la implementación en la salud pública.

REFERENCIAS

1. Khademi, M. *et al.* A review on the classification, characterisation, synthesis of nanoparticles and their application. *IOP Conf Ser Mater Sci Eng* **263**, 032019 (2017).
2. Ray, S. S. & Bandyopadhyay, J. Nanotechnology-enabled biomedical engineering: Current trends, future scopes, and perspectives. *Nanotechnol Rev* **10**, 728–743 (2021).
3. Kreuter, J. Nanoparticles—a historical perspective. *Int J Pharm* **331**, 1–10 (2007).
4. Bera, A. & Belhaj, H. Application of nanotechnology by means of nanoparticles and nanodispersions in oil recovery - A comprehensive review. *Journal of Natural Gas Science and Engineering* vol. 34 1284–1309 Preprint at <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2016.08.023> (2016).
5. Baig, N., Kammakakam, I., Falath, W. & Kammakakam, I. Nanomaterials: A review of synthesis methods, properties, recent progress, and challenges. *Materials Advances* vol. 2 1821–1871 Preprint at <https://doi.org/10.1039/d0ma00807a> (2021).
6. Ul-Haq, Z., Khan, N., Zafar, S. K. & Moin, S. T. Active site characterization and structure-based 3D-QSAR studies on non-redox type 5-lipoxygenase inhibitors. *European Journal of Pharmaceutical Sciences* **88**, 26–36 (2016).
7. Wu, T. & Tang, M. Review of the effects of manufactured nanoparticles on mammalian target organs. *Journal of Applied Toxicology* vol. 38 25–40 Preprint at <https://doi.org/10.1002/jat.3499> (2018).
8. Ealias, A. M. & Saravanakumar, M. P. A review on the classification, characterisation, synthesis of nanoparticles and their application. in *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* vol. 263 (Institute of Physics Publishing, 2017).
9. Buzea, C. & Pacheco, I. Nanomaterials and their classification. in *Advanced Structured Materials* vol. 62 3–45 (Springer Verlag, 2017).
10. Saleh, T. A. Nanomaterials: Classification, properties, and environmental toxicities. *Environmental Technology and Innovation* vol. 20 Preprint at <https://doi.org/10.1016/j.eti.2020.101067> (2020).
11. Wilczewska, A. Z., Niemirowicz, K., Markiewicz, K. H. & Car, H. Nanoparticles as drug delivery systems. *Pharmacological Reports* vol. 64 1020–1037 Preprint at [https://doi.org/10.1016/S1734-1140\(12\)70901-5](https://doi.org/10.1016/S1734-1140(12)70901-5) (2012).
12. Yadav, A., Ghune, M. & Kumar Jain, D. Nano-medicine based drug delivery system. *Journal of Advanced Pharmacy Education & Research* **1**, 201–213 (2011).
13. Maravajhala, V. *et al.* NANOTECHNOLOGY IN DEVELOPMENT OF DRUG DELIVERY SYSTEM. *IJPSR* **3**, 84–96 (2012).
14. Khan, I., Saeed, K. & Khan, I. Nanoparticles: Properties, applications and toxicities. *Arabian Journal of Chemistry* vol. 12 908–931 Preprint at <https://doi.org/10.1016/j.arabjc.2017.05.011> (2019).
15. Sudha, P. N., Sangeetha, K., Vijayalakshmi, K. & Barhoum, A. Nanomaterials history, classification, unique properties, production and market. in *Emerging Applications of Nanoparticles and Architectural Nanostructures: Current Prospects and Future Trends* 341–384 (Elsevier Inc., 2018). doi:10.1016/B978-0-323-51254-1.00012-9.
16. Kurwadkar, S., Asce, M., Pugh, K., Gupta, ; Anju & Ingole, S. Nanoparticles in the Environment: Occurrence, Distribution, and Risks. (2014) doi:10.1061/(ASCE)HZ.2153-5515.
17. Kolahalam, L. A. *et al.* Review on nanomaterials: Synthesis and applications. in *Materials Today: Proceedings* vol. 18 2182–2190 (Elsevier Ltd, 2019).
18. Hasan, S. *A Review on Nanoparticles: Their Synthesis and Types*. *Research Journal of Recent Sciences* vol. 4 www.isca.me (2015).
19. Tulinski, M. & Jurczyk, M. *Metrology and Standardization for Nanotechnology: Protocols and Industrial Innovations*. (2017).
20. Zhang, W., Zhang, J., Jiang, Q. & Xia, W. Physicochemical and structural characteristics of chitosan nanopowders prepared by ultrafine milling. *Carbohydr Polym* **87**, 309–313 (2012).
21. Bamrungsap, S. *et al.* Nanotechnology in therapeutics: A focus on nanoparticles as a drug delivery system. *Nanomedicine* vol. 7 1253–1271 Preprint at <https://doi.org/10.2217/nmm.12.87> (2012).
22. Jaqueline Stephanie Ley Martinez, M. Desarrollo y caracterización de nanopartículas de quitosano por diferentes métodos de agitación para la encapsulación del 6-gingerol como posible inhibidor de la 5-ALOX. (Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, 2022).
23. Pelaz, B. *et al.* Diverse Applications of Nanomedicine. *ACS Nano* **11**, 2313–2381 (2017).
24. Caruso, F., Hyeon, T. & Rotello, V. M. Nanomedicine. *Chem Soc Rev* **41**, 2537–2538 (2012).
25. Hasan, S. *A Review on Nanoparticles: Their Synthesis and Types*. *Research Journal of Recent Sciences* vol. 4 www.isca.me (2015).
26. Hu, G. *et al.* Nanoparticles targeting macrophages as potential clinical therapeutic agents against cancer and inflammation. *Frontiers in Immunology* vol. 10 Preprint at <https://doi.org/10.3389/fimmu.2019.01998> (2019).
27. Chauhan, V. P. & Jain, R. K. Strategies for advancing cancer nanomedicine. *Nature Materials* vol. 12 958–962 Preprint at <https://doi.org/10.1038/nmat3792> (2013).
28. Lechuga, L. M. Nanomedicina: aplicación de la nanotecnología en la salud. 2011 Preprint at <http://hdl.handle.net/10261/44635>.
29. Sharma, P. & Sharma, S. Paradigm Shift in Plant Disease Diagnostics: A Journey from Conventional Diagnostics to Nano-diagnostics. in 237–264 (2016). doi:10.1007/978-3-319-27312-9_11.
30. Najahi-Missaoui, W., Arnold, R. D. & Cummings, B. S. Safe nanoparticles: Are we there yet? *Int J Mol Sci* **22**, 1–22 (2021).

31. Fernandes, C., Soares, D. & Yergeri, M. C. Tumor Microenvironment Targeted Nanotherapy. *Frontiers in Pharmacology* vol. 9 Preprint at <https://doi.org/10.3389/fphar.2018.01230> (2018).
32. Markam, R. & Bajpai, A. K. Functionalization of ginger derived nanoparticles with chitosan to design drug delivery system for controlled release of 5-amino salicylic acid (5-ASA) in treatment of inflammatory bowel diseases: An in vitro study. *React Funct Polym* **149**, (2020).
33. Acebes-Fernández, V. *et al.* Nanomedicine and onco-immunotherapy: From the bench to bedside to biomarkers. *Nanomaterials* vol. 10 1–72 Preprint at <https://doi.org/10.3390/nano10071274> (2020).
34. Kubinová, Š. & Syková, E. Nanotechnologies in regenerative medicine. *Minimally Invasive Therapy and Allied Technologies* vol. 19 144–156 Preprint at <https://doi.org/10.3109/13645706.2010.481398> (2010).
35. Shen, Y., Xu, L. & Li, Y. Biosensors for rapid detection of Salmonella in food: A review. *Compr Rev Food Sci Food Saf* **20**, 149–197 (2021).
36. Baeumner, A. J. Biosensors for environmental pollutants and food contaminants. *Analytical and Bioanalytical Chemistry* vol. 377 434–445 Preprint at <https://doi.org/10.1007/s00216-003-2158-9> (2003).
37. Ortega Valencia, J. E. Detección de Salmonella typhimurium mediante un inmunosensor basado en microbalanzas de cristal de cuarzo (QCM) inmovilizado con nanopartículas de oro funcionalizadas. (Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, 2022).
38. Trautner, B. W. *et al.* Nanoscale surface modification favors benign biofilm formation and impedes adherence by pathogens. *Nanomedicine* **8**, 261–270 (2012).
39. Barclay, T. G., Day, C. M., Petrovsky, N. & Garg, S. Review of polysaccharide particle-based functional drug delivery. *Carbohydrate Polymers* vol. 221 94–112 Preprint at <https://doi.org/10.1016/j.carbpol.2019.05.067> (2019).
40. López-León, T., Carvalho, E. L. S., Seijo, B., Ortega-Vinuesa, J. L. & Bastos-González, D. Physicochemical characterization of chitosan nanoparticles: Electrokinetic and stability behavior. *J Colloid Interface Sci* **283**, 344–351 (2005).
41. Mitchell, M. J. *et al.* Engineering precision nanoparticles for drug delivery. *Nature Reviews Drug Discovery* vol. 20 101–124 Preprint at <https://doi.org/10.1038/s41573-020-0090-8> (2021).
42. de Pinho Neves, A. L. *et al.* Factorial design as tool in chitosan nanoparticles development by ionic gelation technique. *Colloids Surf A Physicochem Eng Asp* **445**, 34–39 (2014).
43. Danhier, F. *et al.* PLGA-based nanoparticles: An overview of biomedical applications. *Journal of Controlled Release* vol. 161 505–522 Preprint at <https://doi.org/10.1016/j.jconrel.2012.01.043> (2012).
44. Poon, C. & Patel, A. A. Organic and inorganic nanoparticle vaccines for prevention of infectious diseases. *Nano Express* vol. 1 Preprint at <https://doi.org/10.1088/2632-959X/ab8075> (2020).
45. Anselmo, A. C. & Mitragotri, S. Nanoparticles in the clinic. *Bioeng Transl Med* **1**, 10–29 (2016).
46. Hajizade, A., Ebrahimi, F., Salmanian, A.-H., Arpanaei, A. & Amani, J. All rights reserved for official publication of Baqiyatallah university of medical sciences © Nanoparticles in Vaccine Development. *Journal of Applied Biotechnology Reports Review Article Journal of Applied Biotechnology Reports* vol. 1 (2014).
47. Bhatia, S. Nanoparticles Types, Classification, Characterization, Fabrication Methods and Drug Delivery Applications. in *Natural Polymer Drug Delivery Systems* 33–93 (Springer International Publishing, 2016). doi:10.1007/978-3-319-41129-3_2.
48. Bharali, D. J. *et al.* Nanoparticle delivery of natural products in the prevention and treatment of cancers: Current status and future prospects. *Cancers* vol. 3 4024–4045 Preprint at <https://doi.org/10.3390/cancers3044024> (2011).
49. Li, J., Xiang, H., Zhang, Q. & Miao, X. Polysaccharide-Based Transdermal Drug Delivery. *Pharmaceuticals* **15**, 602 (2022).
50. Ding, C. & Li, Z. A review of drug release mechanisms from nanocarrier systems. *Materials Science and Engineering C* vol. 76 1440–1453 Preprint at <https://doi.org/10.1016/j.msec.2017.03.130> (2017).
51. Kamaly, N., Yameen, B., Wu, J. & Farokhzad, O. C. Degradable controlled-release polymers and polymeric nanoparticles: Mechanisms of controlling drug release. *Chemical Reviews* vol. 116 2602–2663 Preprint at <https://doi.org/10.1021/acs.chemrev.5b00346> (2016).
52. Son, G. H., Lee, B. J. & Cho, C. W. Mechanisms of drug release from advanced drug formulations such as polymeric-based drug-delivery systems and lipid nanoparticles. *Journal of Pharmaceutical Investigation* vol. 47 287–296 Preprint at <https://doi.org/10.1007/s40005-017-0320-1> (2017).
53. Ma, L., Kohli, M. & Smith, A. Nanoparticles for combination drug therapy. *ACS Nano* vol. 7 9518–9525 Preprint at <https://doi.org/10.1021/nn405674m> (2013).
54. Liu, R. *et al.* Advances of nanoparticles as drug delivery systems for disease diagnosis and treatment. *Chinese Chemical Letters* **34**, 107518 (2023).
55. Mistretta, M., Farini, A., Torrente, Y. & Villa, C. Multifaceted nanoparticles: emerging mechanisms and therapies in neurodegenerative diseases. *Brain* vol. 146 2227–2240 Preprint at <https://doi.org/10.1093/brain/awad014> (2023).



Jaqueline Stephanie Ley Martínez.

Nacida en Coatepec, Veracruz realizó sus estudios de licenciatura en Ingeniería en industrias alimentarias en el Instituto Tecnológico de Xalapa (ITSX) en Xalapa, Veracruz en el año 2013, maestría en Ciencias alimentarias en la Universidad Veracruzana (UV) en Xalapa, Veracruz en el año 2016 y

doctorado en Nanotecnología en el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM) en Atizapán de Zaragoza en el Estado de México, presentando su disertación doctoral en 2022 con el título “Desarrollo y caracterización de nanopartículas de quitosano por diferentes métodos de agitación para la encapsulación del 6-gingerol como posible inhibidor de la 5-ALOX”.

Ella es beneficiaria del Programa Investigadoras e Investigadores COMECYT-EDOMEX en el Instituto Tecnológico de Tlalnepantla (ITTLA), en donde lleva a cabo el proyecto “Modificación de nanopartículas de oro y quitosano para el tratamiento de endometriosis”, siendo el desarrollo de nanopartículas para la distribución de fármacos con el uso de diversos materiales, su principal área de investigación.

Dra. Ley es miembro de la Red Temática de Ingeniería de Superficies y Tribología (REDISYT), ha participado en 2 artículos de divulgación científica, participación en múltiples congresos Nacionales e Internacionales.



José Erick Ortega Valencia, Nacido en

Xalapa, Veracruz realizó sus estudios de licenciatura en Ingeniería en industrias alimentarias en el Instituto Tecnológico de Xalapa (ITSX) en Xalapa, Veracruz en el año 2013, Licenciatura en Químico farmacéutico biológico en la Universidad Veracruzana (UV) en el año 2015,

maestría en Ciencias alimentarias en la UV en Xalapa, Veracruz en el año 2016 y doctorado en Nanotecnología en el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM) en Atizapán de Zaragoza en el Estado de México, el 2022.

Él es beneficiado del programa Investigadoras e Investigadores COMECYT-EDOMEX en el Instituto Tecnológico de Tlalnepantla (ITTLA) siendo sus principales áreas de investigación el desarrollo de biosensores para la detección de enfermedades neurodegenerativas, nanomedicina y modelado molecular de nanomateriales y moléculas orgánicas.

Dr. Ortega cuenta con múltiples publicaciones internacionales, es Miembro del Sistema Nacional de Investigadores (Nivel Candidato); miembro de la Red Temática de Ingeniería de

Superficies y Tribología (REDISYT), Sociedad Mexicana de Resonancia Magnética Nuclear (SOMERN), Red de Estructura Función y Evolución de Proteínas (REFEP) y Asociación Mexicana de Química Orgánica (AMQO). Colaborador regular de la Facultad de Farmacia de la Universidad Complutense de Madrid, Instituto de Farmacia de la Universidad Austral de Chile, Universidad Veracruzana e Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey.



Lizbeth Melo Máximo, Nacida en Tlalnepantla de Baz en el Estado de México, cuenta con estudios en Ingeniería en Metalurgia y Materiales en el 2007, Maestría en Metalurgia en 2011 y Doctorado en Metalurgia y Materiales en el 2014 por la ESQIE del IPN, realizó una estancia posdoctoral en el laboratorio de

ingeniería de superficies del ITESM-CEM en el año 2016.

Ella es docente de tiempo completo en el Tecnológico de Tlalnepantla, de la división de Estudios de Posgrado

e Investigación, especialista en la producción y caracterización microestructural y mecánica de recubrimientos, nanomateriales y tratamientos asistidos por plasma para industrias como la metalmecánica, aeroespacial y biomédica.

Dra. Melo es Investigadora Nacional Nivel I. Es miembro de la REDISYT, del Grupo Ciencia en Ingeniería de Materiales de la UPVM y del grupo de enfoque estratégico de Manufactura avanzada del ITESM. Fue profesor asociado C de tiempo completo en la UAM-AZC, miembro del comité de estudios de la carrera de ingeniería metalúrgica y es profesora de cátedra en el ITESM-CEM. Se desempeñó en empresas como TERMOINNOVA S.A. de C.V y TRAMES S.A de C.V. Realizó estancias de investigación en la Universidad de Sao Paulo y en la Pontificia Universidad Católica de Paraná en Brasil y Universidad de Augsburg en Alemania.

Optimización evolutiva multiobjetivo binivel: contexto actual y aplicaciones

Jesús-Adolfo Mejía-de-Dios¹, Efrén Mezura-Montes², Alejandro Rodríguez-Molina^{3*}

Resumen: La optimización, como una disciplina en donde convergen las matemáticas y las ciencias computacionales, ha logrado encontrar soluciones útiles para distintos problemas de la humanidad. Estos problemas se vuelven más desafiantes a medida que la sociedad se desarrolla. En la actualidad, existen problemáticas que pueden representarse, en el lenguaje matemático, a través de modelos de optimización multiobjetivo binivel. En este tipo de modelo, se tienen dos problemas de optimización anidados. De esta forma, la solución de un problema de optimización en un nivel superior, que considera ciertos objetivos y restricciones, está sujeta a la solución de un problema de optimización de un nivel inferior, con sus propios objetivos y restricciones. Lo anterior implica, además de las dificultades inherentes a cada problema de optimización, desafíos adicionales relacionados con las interacciones entre las soluciones a los problemas de ambos niveles. A pesar de la complejidad de este tipo de modelo, se han realizado esfuerzos recientes desde el área de cómputo evolutivo para hallar soluciones pertinentes. El objetivo de este trabajo es presentar el estado actual de la optimización multiobjetivo binivel desde la perspectiva del cómputo evolutivo, así como exponer sus aplicaciones más relevantes.

Palabras claves: Cómputo evolutivo, optimización binivel, optimización multiobjetivo, optimización multiobjetivo binivel, aplicaciones del mundo real.

I. INTRODUCCIÓN

La optimización es un proceso por el cual se busca el mejor resultado ante una situación determinada [1]. En ingeniería, se refiere a encontrar las variables que intervienen en un proceso o sistema de manera que se obtenga el mayor beneficio con este [1]. Gracias a la optimización, la humanidad cuenta con máquinas y herramientas que producen bienes y servicios que satisfacen varias de sus necesidades [2], tratamientos efectivos para distintos padecimientos [3], y políticas para incrementar la calidad de vida [4], por mencionar algunos ejemplos.

Formalmente, un problema de optimización puede escribirse como en (1). En este, se buscan las variables de diseño en el vector \vec{x} (estas intervienen en el funcionamiento de un proceso o sistema y pertenecen al espacio de soluciones X) que minimizan el valor de las M componentes del vector de funciones objetivo $F(\vec{x})$ (cada función objetivo es un indicador cuantitativo relacionado con los beneficios que se obtienen con el proceso o sistema al utilizar \vec{x}) y que satisfacen las N restricciones $G_k(\vec{x})$ (condiciones que deben cumplirse para que

el proceso o sistema con \vec{x} sea factible y pueda ponerse en marcha). El espacio de soluciones factibles para un problema de optimización se denota por Ω .

$$\begin{aligned} \min_{\vec{x} \in X} F(\vec{x}) &= (F_1(\vec{x}), F_2(\vec{x}), \dots, F_M(\vec{x})) \\ \text{sujeto a:} & \\ G_k(\vec{x}) &\leq 0, k = 1, 2, \dots, K \end{aligned} \quad (1)$$

Dependiendo de sus características, el problema en (1) puede clasificarse en distintos tipos que permiten elegir la forma más efectiva para solucionarlo. El problema en (1) es uno de optimización global si $F(\vec{x}) = (F_1(\vec{x}))$, i.e., cuando solo se considera un objetivo. En este caso, pueden emplearse métodos o algoritmos que buscan la mejor solución global [5], [6]. Cuando el número de objetivos en $F(\vec{x})$ se incrementa, el problema se convierte en uno de optimización multiobjetivo, en el que las funciones $F_1(\vec{x}), F_2(\vec{x}), \dots, F_M(\vec{x})$ se contraponen, i.e., no se puede mejorar o minimizar el valor de una función objetivo sin afectar o incrementar el valor del resto. Lo anterior implica que no se puede hallar una sola solución global, sino un conjunto de alternativas inmejorables que representan diferentes niveles de compromiso o satisfacción de los objetivos. Este tipo de problema requiere de métodos o algoritmos que utilizan conceptos de optimalidad de Pareto [7], [8] para encontrar el mejor conjunto de soluciones. A partir de dicho conjunto, un tomador de decisiones (DM, por sus siglas en inglés) se encarga de seleccionar la solución con el compromiso más adecuado para su eventual implementación en una aplicación particular. Ambos tipos de problema, el global y el multiobjetivo, pueden estar sujetos o no a distintas restricciones. De esto dependerá la incorporación de mecanismos o técnicas adicionales para el manejo de restricciones en los métodos o algoritmos mencionados [9]–[11].

Existe un tipo especial de problema de optimización restringido, en el cual, una de las restricciones se relaciona con la solución de otro problema de optimización. A este tipo de problema anidado se le conoce como problema de optimización binivel (BL, por sus siglas en inglés) [12]. En los problemas BL se distinguen dos elementos, el problema del nivel superior y el problema del nivel inferior (respectivamente UL y LL, por sus siglas en inglés), el cual, conforma una restricción del primero. Los problemas de optimización binivel han ganado relevancia

Fecha de envío: (01/08/2023)

Fecha de aceptación: (25/08/2023)

¹ Centro de Investigación en Matemáticas Aplicadas, Universidad Autónoma de Coahuila, Saltillo, México. adolfomejia@uadec.edu.mx.

² Instituto de Investigaciones en Inteligencia Artificial, Universidad Veracruzana, Xalapa, México. emezura@uv.mx.

³ Tecnológico Nacional de México/IT Tlalnepantla, Tlalnepantla, México (*autor de correspondencia) alejandror.m@tlalnepantla.tecnm.mx.

en los últimos años debido a que pueden modelar situaciones más complejas y realistas en donde múltiples agentes toman decisiones estratégicas para solucionarlos. En este sentido, un agente del UL (llamado líder) busca las variables de diseño que minimizan sus objetivos y satisfacen sus restricciones mientras considera la respuesta de un agente del LL (llamado seguidor) que, a su vez, tiene sus propias variables, funciones objetivo y restricciones. Al día de hoy, se han observado avances importantes en la solución de problemas BL en donde el UL y el LL consideran un solo objetivo [12], [13]. No obstante, cuando el LL o el UL incluyen dos o más objetivos, el problema BL presenta desafíos adicionales que recientemente se han vuelto de interés para la comunidad científica que trabaja en el área de optimización. El término optimización multiobjetivo binivel (MOBO, por sus siglas en inglés) se utiliza para referirse a este tipo de problema.

Además de las propiedades que presenta cada tipo de problema de optimización y sus desafíos inherentes, cada problema particular puede presentar dificultades adicionales relacionadas con las características de sus variables, objetivos y/o restricciones como no linealidad, discontinuidad, multimodalidad, alta dimensionalidad, restricciones y objetivos múltiples, heterogeneidad de variables, o dinamismo, entre otras [14], [15]. Estas características pueden dificultar la capacidad de algunas técnicas de optimización para obtener soluciones adecuadas. Por fortuna, existen las técnicas metaheurísticas que pueden encontrar soluciones buenas a problemas de optimización muy complejos, de los tipos y con las características antes mencionadas, a un costo computacional asequible [16]. Estas técnicas están inspiradas comúnmente en fenómenos físicos, sociales o biológicos y el Cómputo Evolutivo (CE) es la rama de las ciencias computacionales que se encarga de su estudio de las que se basan en la teoría de la evolución de las especies [17].

Este trabajo pretende divulgar el panorama actual de MOBO desde el punto de vista del CE y exponer las aplicaciones más relevantes.

El resto del artículo se organiza como sigue. La Sección II incluye los conceptos más importantes de MOBO. El enfoque de solución evolutivo para problemas MOBO se describe en la Sección III. Las aplicaciones más relevantes de MOBO con base en el enfoque de CE se exponen en la Sección IV. La Sección V discute los desafíos actuales que desencadenan las direcciones futuras en el área. Finalmente, las conclusiones se presentan en la Sección VI.

II. OPTIMIZACIÓN MULTI OBJETIVO BINIVEL

En esta sección se detallan los elementos fundamentales de MOBO. Primero se abordan los pormenores de la optimización multiobjetivo. Luego se establecen los conceptos de la optimización binivel. Finalmente, se describe MOBO en términos de los dos tipos de optimización anteriores.

1. Optimización multiobjetivo

Como se discutió con anterioridad, un problema de optimización multiobjetivo (MOP, por sus siglas en inglés) es

aquel que considera dos o más objetivos en conflicto en la formulación (1), i.e., $M \geq 2$.

El concepto de optimalidad para las soluciones de un MOP difiere del de los problemas de optimización global, ya que no considera una mejor solución con base en el valor mínimo de una sola función objetivo, sino un conjunto de soluciones factibles con compromisos inmejorables entre los valores de las distintas funciones que conforman al problema. Para ello se tienen las siguientes definiciones:

Definición II.1. (Dominancia de Pareto, [7]). Un vector $F(\vec{x}_1) = (F_1(\vec{x}_1), F_2(\vec{x}_1), \dots, F_M(\vec{x}_1))$ domina a otro $F(\vec{x}_2) = (F_1(\vec{x}_2), F_2(\vec{x}_2), \dots, F_M(\vec{x}_2))$ (denotado por $F(\vec{x}_1) \leq F(\vec{x}_2)$) si y solo si las componentes de $F(\vec{x}_1)$ son tan buenas como las de $F(\vec{x}_2)$ para todos los objetivos, i.e., $F_i(\vec{x}_1) \leq F_i(\vec{x}_2)$, $i = 1, \dots, M$, y $F_i(\vec{x}_1) < F_i(\vec{x}_2)$ para al menos un objetivo.

Definición II.2. (Optimalidad de Pareto, [7]). Un vector $\vec{x}_1 \in \Omega$ es un óptimo de Pareto si el valor de ninguna función objetivo $F_i(\vec{x}_1)$ puede mejorarse sin empeorar el valor del resto, i.e., $\nexists \vec{x}_2 \in \Omega | F(\vec{x}_2) \leq F(\vec{x}_1)$.

Definición II.3. (Conjunto óptimo de Pareto, [7]). El conjunto óptimo de Pareto P^* incluye a cada vector óptimo $\vec{x} \in \Omega$, i.e., $P^* = \{\vec{x}_1 \in \Omega | \nexists \vec{x}_2 \in \Omega, F(\vec{x}_2) \leq F(\vec{x}_1)\}$.

Definición II.4. (Frente de Pareto, [7]). El frente óptimo de Pareto o simplemente frente de Pareto PF^* , incluye a los vectores de funciones objetivo evaluados en cada solución en P^* , i.e., $PF^* = \{F(\vec{x}) | \vec{x} \in P^*\}$.

2. Optimización binivel

En un problema de optimización binivel, el problema del UL, con sus variables \vec{x} (en el espacio de solución X del UL), objetivos $F(\vec{x}, \vec{y})$ y restricciones $G_k(\vec{x}, \vec{y})$, está sujeto a la solución óptima de un problema de LL con sus propias variables \vec{y} (en el espacio de solución Y del LL), objetivos $f(\vec{x}, \vec{y})$ y restricciones $g_j(\vec{x}, \vec{y})$. De esta forma, el problema en (1) puede reescribirse como sigue para observar la relación entre los problemas UL y LL con mayor claridad:

$$\begin{aligned} \min_{\vec{x} \in X} F(\vec{x}, \vec{y}) &= (F_1(\vec{x}, \vec{y}), F_2(\vec{x}, \vec{y}), \dots, F_M(\vec{x}, \vec{y})) \\ \text{sujeto a:} \\ G_k(\vec{x}, \vec{y}) &\leq 0, k = 1, 2, \dots, K \\ \min_{\vec{y} \in Y} f(\vec{x}, \vec{y}) &= (f_1(\vec{x}, \vec{y}), f_2(\vec{x}, \vec{y}), \dots, f_m(\vec{x}, \vec{y})) \\ \text{sujeto a:} \\ g_j(\vec{x}, \vec{y}) &\leq 0, j = 1, 2, \dots, J \end{aligned} \quad (2)$$

Cuando ambos niveles en (2) consideran una sola función objetivo, i.e., $F(\vec{x}, \vec{y}) = (F_1(\vec{x}, \vec{y}))$ y $f(\vec{x}, \vec{y}) = (f_1(\vec{x}, \vec{y}))$, el problema se considera como uno binivel de un solo objetivo (SOBO, por sus siglas en inglés). En SOBO, la optimalidad se refiere a encontrar un conjunto de variables (\vec{x}, \vec{y}) que satisfagan las restricciones de ambos niveles y que minimicen la función objetivo global del UL.

3. Optimización multiobjetivo binivel

A partir de (2), un problema MOBO es, de manera general, aquel que considera una formulación multiobjetivo en el UL o en el LL, i.e., cuando $M \geq 2$ o $m \geq 2$. En parte de la literatura especializada, cuando $M = 1$ y $m \geq 2$, el problema binivel se clasifica en un tipo especial conocido como semivectorial [18]. En el resto de la literatura, el tipo semivectorial es un caso particular de MOBO [14].

El concepto de optimalidad para un problema MOBO es similar al de SOBO. No obstante, el tener un problema multiobjetivo en cualquiera de los dos niveles implica el uso de las definiciones de optimalidad de Pareto antes mencionadas. Así pues, la optimalidad en los problemas MOBO se refiere a encontrar soluciones Pareto-óptimas que representen un equilibrio entre los objetivos y satisfagan las restricciones de ambos niveles de decisión.

En cuanto a la factibilidad, la diferencia entre SOBO y MOBO es mayor. En este sentido, durante la solución de un problema MOBO, el líder puede pedir al seguidor que tome decisiones basadas en un conjunto de soluciones Pareto-óptimas del LL (cuando $m \geq 2$), i.e., que elija alternativas del siguiente conjunto-valorado para un vector de decisión \vec{x} del UL:

$$\Psi(\vec{x}) = \mathbf{argmin}_{\vec{y} \in Y} \left\{ \begin{array}{l} f(\vec{x}, \vec{y}) = (f_1(\vec{x}, \vec{y}), \dots, f_m(\vec{x}, \vec{y})) \\ g_j(\vec{x}, \vec{y}) \leq 0, j = 1, 2, \dots, J \end{array} \right\} \quad (3)$$

Utilizando el conjunto $\Psi(\vec{x})$ anterior, es posible definir algunos conceptos importantes utilizados durante la solución de problemas MOBO, como lo son las posiciones optimista y pesimista en caso de que $|\Psi(\vec{x})| > 1$, i.e., cuando el seguidor tiene más de una alternativa para la toma de decisiones (esto puede deberse a la naturaleza multiobjetivo del LL, pero también a la existencia de múltiples óptimos en un problema del LL con un solo objetivo):

- Posición optimista: Cuando el líder asume que el seguidor tomará decisiones sobre $\Psi(\vec{x})$ que serán favorables para el UL, i.e., que elegirá soluciones que colaboran en la minimización de los objetivos del UL.
- Posición pesimista: Contrario a la posición optimista, se asume que el seguidor tomará decisiones sobre $\Psi(\vec{x})$ que serán desfavorables para el UL, i.e., que elegirá soluciones que incrementarán el valor de los objetivos del UL.

Muchos de los trabajos actuales se han dedicado al estudio de las posiciones optimista y pesimista en la solución de problemas BL. Sin embargo, debido a que la posición pesimista es generalmente menos tratable que la posición optimista, la mayoría de los trabajos optan por la alternativa optimista [19].

III. ENFOQUES DE SOLUCIÓN

Como el lector puede intuir correctamente, los problemas BL y, sobre todo, los MOBO, pueden ser bastante complejos y desafiantes de resolver debido a la interacción entre las variables, funciones objetivo y restricciones de ambos niveles.

En la literatura especializada pueden distinguirse dos enfoques de solución para los problemas MOBO: el clásico y el evolutivo.

1. Enfoque clásico

Este enfoque utiliza métodos de optimización clásicos para encontrar soluciones exactas a problemas MOBO bien caracterizados que tienen propiedades matemáticas específicas. Entre algunas de estas propiedades se encuentran la linealidad, convexidad, continuidad y diferenciabilidad, tanto de las restricciones como de las funciones objetivo en los problemas de los dos niveles.

Algunas técnicas representativas de este enfoque, hasta el día de hoy, están basadas en métodos difusos [20]–[28], funciones de penalización [18], [29]–[31], condiciones de Karush–Kuhn–Tucker (KKT) [32]–[37], y/o generadores de frentes de Pareto [38], [39]. Dichas técnicas buscan reducir la complejidad del problema MOBO a partir de la escalarización de las formulaciones multiobjetivo en el UL o el LL, y la reformulación del mismo a un solo nivel. El modelo MOBO de menor complejidad y reducido a un solo nivel puede entonces abordarse efectivamente utilizando optimizadores clásicos bien conocidos.

2. Enfoque evolutivo

Cuando se modelan situaciones más realistas como problemas MOBO (e.g., diseños ingenieriles o aplicaciones del mundo real), es poco probable que cuenten con las propiedades requeridas por los métodos clásicos, por lo que la búsqueda de soluciones pertinentes con estos últimos puede resultar poco efectiva.

En el enfoque evolutivo se aprovechan las ventajas de las técnicas metaheurísticas para aproximar las soluciones a problemas MOBO sin requerir propiedades específicas hacer suposiciones especiales sobre sus variables, objetivos o restricciones. Las metaheurísticas son métodos computacionales (estocásticos muchos de ellos) que pueden aproximar soluciones buenas a problemas de optimización desafiantes a un costo computacional asequible [16]. Como se mencionó en la sección introductoria, la inspiración en la operación de estos métodos proviene de fenómenos sociales, naturales o físicos, y el Cómputo Evolutivo (CE) es la rama de las ciencias computacionales que se ocupa del estudio de aquellos basados en una metáfora evolutiva [17]. Algunos ejemplos de técnicas metaheurísticas populares son el Algoritmo Genético [40], Optimización por Enjambre de Partículas [41], Evolución Diferencial [42], Recocido Simulado [43] y Optimización por Colonia de Hormigas [44] (respectivamente GA, PSO, DE, SA y ACO, por sus siglas en inglés).

Como las técnicas anteriores, gran parte de las metaheurísticas fueron concebidas originalmente para solucionar problemas de optimización global sin restricciones. A medida que el avance en el área de optimización lo requirió, se incorporaron nuevos mecanismos y operadores en las técnicas originales para manejar problemas con restricciones [9]–[11] o formulaciones

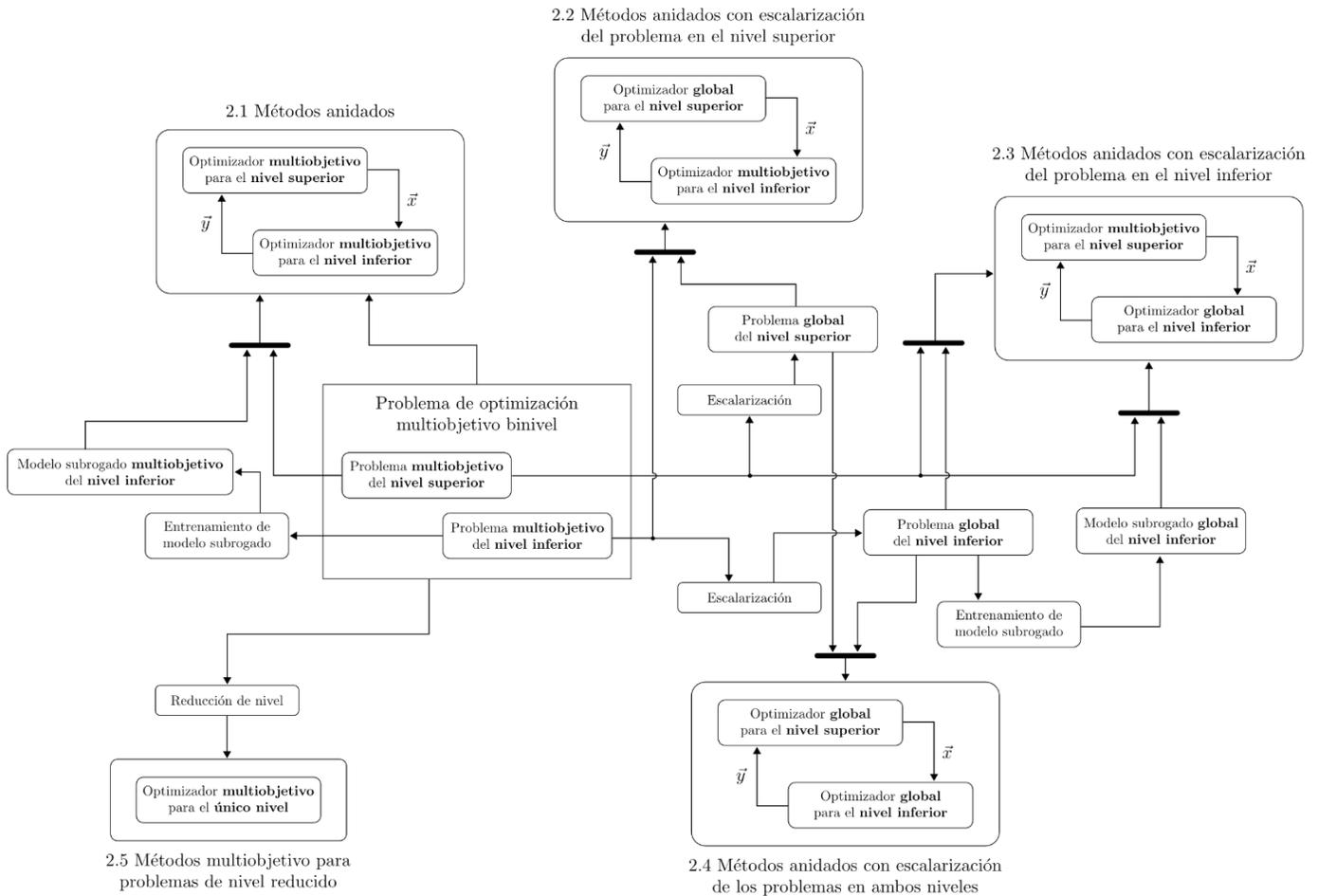


Fig. 1. Enfoque evolutivo para la solución de problemas de optimización multiobjetivo binivel.

multiobjetivo [7], [8], preservando en gran medida la inspiración en su funcionamiento.

En la literatura especializada alrededor de los problemas MOBO, las técnicas metaheurísticas (para problemas de optimización global y multiobjetivo, con y sin restricciones), apoyadas en ocasiones por los métodos clásicos, se utilizan de distintas formas para encontrar soluciones pertinentes. La Fig. 1 muestra los distintos usos de las metaheurísticas en la solución de modelos MOBO. Cada alternativa de la figura anterior se describe detalladamente a continuación.

2.1 Métodos anidados

Sin perder generalidad, los métodos anidados contemplan un marco con las etapas que se describen a continuación para resolver problemas BL o MOBO:

- (1) Inicialización: En esta etapa se crea un conjunto inicial de soluciones candidatas para el UL. Generalmente, estas soluciones se obtienen aleatoriamente.
- (2) Optimización en LL: El problema en el LL puede parametrizarse con las soluciones actuales del UL. Luego, este problema puede resolverse mediante un optimizador para el LL. Este optimizador se encarga de encontrar soluciones óptimas o Pareto-óptimas para el problema del LL considerando las restricciones del UL.
- (3) Toma de decisiones en el LL: Una vez que se han

obtenido las soluciones óptimas o Pareto-óptimas en el LL, debe decidirse cuáles de ellas serán reportadas al UL.

- (4) Optimización en el UL: Las soluciones reportadas desde el LL se utilizan para parametrizar el problema en el UL. A continuación, el optimizador del UL evalúa las variables de decisión de ambos niveles y avanza en la búsqueda de soluciones óptimas o Pareto-óptimas para el problema del UL considerando las restricciones impuestas por el LL.
- (5) Proceso iterativo: Las etapas (2) a (4) se repiten hasta encontrar soluciones que satisfagan los objetivos y restricciones de los problemas en ambos niveles, es decir, hasta aproximar soluciones factibles que optimicen los objetivos del nivel superior que estén sujetas a la optimalidad del nivel inferior.

Es importante mencionar que la etapa (2) del marco anterior supone un elevado uso de recursos, ya que, para cada solución actual del UL se realiza un proceso de optimización completo e independiente, i.e., se ejecuta un optimizador o algoritmo de optimización para resolver cada problema parametrizado en el LL y satisfacer la restricción asociada a este en el UL. En contraste con los métodos anidados para resolver problemas BL o MOBO, los de un único nivel requieren un solo proceso de optimización para solucionarlos. Con base en lo anterior, el

lector puede darse una idea del costo y de algunos de los desafíos que supone la solución de problemas BL o MOBO.

En esta clase de métodos anidados se consideran los métodos que se utilizan para solucionar problemas MOBO con formulaciones multiobjetivo en el UL y el LL. Uno de los primeros métodos propuestos dentro de esta clase (y uno de los más utilizados en la actualidad) es conocido como el algoritmo de Optimización Multiobjetivo Evolutiva Binivel (BLEMO, por sus siglas en inglés) [45]. BLEMO es un método anidado que considera al Algoritmo Genético de Ordenamiento No Dominado II (NSGAI, por sus siglas en inglés) [46], un optimizador multiobjetivo ampliamente conocido, para resolver los problemas multiobjetivo de ambos niveles de decisión en problemas MOBO. Además de su operación anidada, BLEMO incluye mecanismos elitistas para mejorar la interacción entre los dos niveles y un sistema de archivado de soluciones para retener a las mejores alternativas encontradas en cada iteración.

Debido a su elevada efectividad [47], BLEMO se ha utilizado como un algoritmo base para proponer nuevas variantes que buscan acelerar la búsqueda de soluciones utilizando la información almacenada [48], incrementar la eficiencia del algoritmo mediante una toma de decisiones más sofisticada [49], o disminuir el número de evaluaciones del problema del LL, entrenando y utilizando un modelo subrogado como reemplazo [50], [51]. Alternativamente, la operación de BLEMO ha servido de inspiración para otros métodos anidados que optan por aprovechar las ventajas de los operadores y mecanismos de distintos métodos metaheurísticos como PSO, SA y DE [52]–[56], en lugar de los de NSGAI.

En muchos de los métodos que se presentan en las siguientes secciones se realiza un proceso de escalarización de los problemas multiobjetivo UL o LL en el modelo MOBO. La escalarización consiste en transformar un problema de optimización multiobjetivo en uno global, cuya solución forma parte de las soluciones Pareto-óptimas del problema original [51]. Un enfoque simple de escalarización considera la suma ponderada de las funciones objetivo de un problema multiobjetivo como el único objetivo de un problema de optimización global. La solución del problema global asociado a cada combinación de pesos en la suma ponderada forma parte de las soluciones Pareto-óptimas del problema multiobjetivo. Algunos enfoques más sofisticados como los adaptables, ajustan continuamente el proceso de escalarización (e.g., cambiando los pesos en un enfoque de sumas ponderadas) para encontrar varias soluciones Pareto-óptimas bien distribuidas en el frente de Pareto.

2.2 Métodos anidados con escalarización del problema en el nivel superior

Los métodos en esta clase buscan resolver problemas MOBO con una formulación multiobjetivo en el UL y una global en el LL (esta puede ser un problema originalmente global o una escalarización de un problema multiobjetivo).

Algunos ejemplos de estos métodos se incluyen en los trabajos en [57] y [58]. En ambos se considera un modelo MOBO con un problema global en el UL y uno multiobjetivo en el LL. Los dos trabajos proponen algoritmos MOBO basados

en el anidamiento de diferentes versiones global y multiobjetivo de PSO.

2.3 Métodos anidados con escalarización del problema en el nivel inferior

A diferencia de los métodos anidados anteriores, esta clase considera a las técnicas que pueden resolver modelos MOBO con formulaciones globales en el UL (concebidas originalmente como problemas globales u obtenidas mediante la escalarización de un problema multiobjetivo) y multiobjetivo en el LL.

Ya que el LL resulta mucho menos costoso de resolver para estos métodos, en comparación con los de las clases anteriores (en ellos las formulaciones del LL son multiobjetivo), muchas alternativas utilizan optimizadores clásicos para encontrar soluciones al problema del LL y optan por el uso de metaheurísticas en la solución del problema del UL. De esta forma, se pueden encontrar métodos que adoptan técnicas metaheurísticas multiobjetivo basadas en PSO, GA o NSGAI en el UL y delegan la solución de los problemas del LL a solucionadores lineales conocidos, considerando que los problemas del LL cumplen con propiedades matemáticas específicas [59]–[62].

En una variedad distinta de estos métodos [63]–[65], la formulación originalmente multiobjetivo del LL se escalariza de forma adaptable durante la solución del modelo MOBO con la intención de mejorar la diversidad de las soluciones encontradas. Para cada escalarización diferente del problema en el LL se utiliza un optimizador clásico o metaheurístico bien conocido, mientras que la solución del problema del UL se encuentra a cargo de metaheurísticas como NSGAI o el Algoritmo Evolutivo Multiobjetivo basado en Descomposición (MOEA/D, por sus siglas en inglés) [66]. A pesar de que el problema del LL es menos costoso de resolver para esta clase, se pueden encontrar trabajos que utilizan modelos subrogados de los problemas escalarizados del LL para ahorrar recursos [65].

2.4 Métodos anidados con escalarización de los problemas en ambos niveles

En esta clase se consideran los métodos que resuelven modelos MOBO en los cuales el LL o el UL son originalmente multiobjetivo, pero se escalarizan durante la búsqueda de soluciones.

De esta forma, las formulaciones multiobjetivo de ambos niveles se escalarizan en [67], [68] para obtener modelos BL con un solo objetivo en el UL y el LL, mismos que se resuelven mediante GA anidados. Por su parte, el problema MOBO en [69] que considera una formulación global en el UL y una multiobjetivo en el LL, realiza la escalarización de la segunda y soluciona el modelo BL resultante usando un GA para el UL anidado con un solucionador no lineal para el LL.

2.5 Métodos multiobjetivo para problemas de nivel reducido

Esta última clase incluye a los métodos que resuelven modelos MOBO con propiedades particulares que permiten

transformarlos en MOP de un solo nivel. El MOP obtenido puede resolverse mediante un optimizador metaheurístico multiobjetivo.

Algunos métodos de esta clase utilizan las condiciones de KKT o la teoría primal y dual para reducir el nivel del problema MOBO original, incluyendo al LL como restricciones en el UL [70]–[72]. Tras lo anterior, el MOP obtenido se resuelve mediante metaheurísticas multiobjetivo con mecanismos de manejo de restricciones, en estos casos, Evolución Diferencial Multiobjetivo Restringido basado en descomposición (CMODE/D, por sus siglas en inglés), variantes de MOEA/D, NSGA-II, y GA multiobjetivo. En otro método, los dos niveles de decisión de un problema MOBO se transforman en uno y la nueva formulación de un solo nivel se resuelve con un GA [73]. En una alternativa diferente se proponen nuevos operadores metaheurísticos en MOEA/D para manejar directamente, tanto las restricciones del UL como la restricción asociada al LL [74].

IV. APLICACIONES

En esta sección se discuten brevemente algunas aplicaciones relevantes de tres áreas importantes que requieren de la solución de modelos MOBO mediante el enfoque evolutivo.

1. Industria de fabricación

La industria de fabricación abarca el ámbito en el que se especializa en la creación de mercancías a través de la conversión de materias primas en artículos culminados o en proceso de elaboración.

En el ámbito de la industria de fabricación, el esquema MOBO se ha utilizado en [75] en la optimización de las etapas jerárquicas de llenado y curado en los procesos de fabricación de materiales compuestos. El modelo MOBO se resuelve mediante un método anidado basado en NSGAI que además utiliza un modelo subrogado del LL para reducir el costo de la optimización.

En el proceso de moldeo por transferencia de resina, un modelo MOBO busca optimizar el llenado de moldes no isotérmicos en [51]. De esta forma, el UL busca reducir los gradientes de temperatura y la duración del ciclo de llenado, mientras que el LL pretende reducir el tiempo de llenado y la fuerza de sujeción del molde. Para resolver el problema MOBO se utiliza un método anidado basado en NSGAI y un GA multiobjetivo.

Un modelo MOBO también se utiliza para optimizar el proceso de fabricación de papel [76], [77] a nivel organizacional. En este sentido, se busca, por un lado, obtener el mejor diseño de la planta de fabricación y, por el otro, lograr el mayor desempeño en la operación de la planta por parte de los trabajadores. Los problemas en ambos niveles se escalarizan y el modelo BL resultante se resuelve con DE anidado.

2. Logística

La logística implica la planificación, ejecución y supervisión de la circulación eficaz y productiva de productos, servicios y datos desde su origen hasta su destino final, con la meta de cumplir con las demandas de los clientes y optimizar la

eficiencia en la cadena de suministro.

En este rubro, el problema de planificación y gestión de transporte para determinar peajes se modela como un MOBO en [78]. En este problema, el LL se relaciona con el comportamiento de elección de ruta de los usuarios en la red de transporte, mientras que el UL busca minimizar el costo total de la red, maximizar los ingresos totales y maximizar la relación entre los ingresos y el costo. Para solucionar el problema MOBO se utilizó un método anidado con el GA para el UL y el algoritmo de Frank-Wolfe para el LL.

De forma similar, en [79] se busca la configuración adecuada de peajes de carretera para lograr un desarrollo urbano sostenible a través de un modelo MOBO. En este caso, el UL busca reducir el tiempo de recorrido, la contaminación del aire y el daño a la salud provocados por el transporte. Por su lado, el objetivo del LL es el de minimizar el costo del viaje. El modelo se resuelve anidando NSGAI y un algoritmo particular para la asignación de tráfico con base en trayectorias, para abordar el UL y el LL, respectivamente.

En un contexto distinto, un modelo MOBO se ha utilizado en [61] para establecer el precio del ancho de banda en la industria de telecomunicaciones. El problema del UL se soluciona con un GA, mientras que el método simplex se ocupa del LL.

3. Economía ambiental

La economía ambiental constituye un segmento de la economía que se dedica a examinar las relaciones que se establecen entre la actividad económica y el entorno ambiental. Su propósito es evaluar de qué manera es posible optimizar la distribución de recursos para alcanzar un crecimiento sostenible y resguardar el medio ambiente.

Dentro de este tipo de aplicaciones, el trabajo en [80] propone un modelo MOBO para abordar un problema relacionado con políticas agroambientales. En este modelo se aplicaron las condiciones KKT para lograr la reducción a un solo nivel. Para resolver el MOP resultante se utilizaron varios algoritmos evolutivos multiobjetivo del estado del arte.

En una situación diferente relacionada con el establecimiento del impuesto sobre los fertilizantes, la investigación en [81] propone un problema MOBO que modela las interacciones entre un regulador con varios objetivos en el UL, y una autoridad que busca beneficios para las empresas en el LL. El problema se resuelve mediante un algoritmo inspirado en BLEMO.

V. DESAFÍOS Y DIRECCIONES FUTURAS

A continuación, se presentan los desafíos actuales en el área y las posibles direcciones futuras.

1. Enfoque de solución evolutivo

Para solucionar la mayoría de los problemas MOBO se utilizan los métodos anidados, en donde un algoritmo se encarga de buscar soluciones en el UL y otro se ocupa de solucionar el problema del LL cuando se produce una nueva solución en el UL. Por otro lado, los métodos metaheurísticos que requieren de la reducción del nivel se utilizan en menor

medida. Es importante mencionar que los métodos anidados que utilizan la escalarización de formulaciones multiobjetivo en el UL o el LL, requieren que los problemas cumplan condiciones particulares para calcular todas las soluciones de Pareto posibles. En cuanto a los métodos basados en la reducción de nivel, también requieren de condiciones particulares para lograr la reformulación, muchas veces difíciles de cumplir en problemas que modelan situaciones reales. Entre todos los métodos disponibles, los anidados sin escalarización pueden llegar a ser los más costosos.

A pesar de que se pueden identificar cinco clases de métodos bajo el enfoque de solución evolutivo, la gran mayoría de las alternativas pertenece a los métodos anidados y las propuestas son muy similares a BLEMO. Por lo anterior, aún hay suficiente terreno fértil en el área para proponer técnicas diferentes que puedan mejorar los resultados de este método del estado del arte, ya sea reduciendo los costos computacionales, utilizando o generando nuevos operadores de mayor eficacia, o explorando otros enfoques de solución para problemas multiobjetivo diferentes al basado en dominancia de Pareto (e.g., enfoques basados en métricas de desempeño o descomposición, o híbridos).

2. Métricas de desempeño

Aunque las métricas multiobjetivo se utilizan para evaluar soluciones en problemas MOBO, su aplicación se limita a la información del UL. Para mejorar su utilidad, se requiere investigación adicional que extienda su uso al LL. Asimismo, es necesario desarrollar nuevas métricas que puedan evaluar la calidad de las soluciones de ambos niveles, proporcionando información valiosa sobre los métodos de solución propuestos.

En escenarios multiobjetivo, una métrica de desempeño puede utilizarse para discriminar soluciones no dominadas (i.e., para determinar una solución con mejores características entre un par de alternativas inmejorables). Durante el proceso de búsqueda multiobjetivo, las métricas pueden ayudar a encontrar compromisos valiosos. Lo mismo podría lograrse al incorporar nuevas métricas de desempeño BL dentro de los métodos de búsqueda metaheurísticos.

3. Problemas de prueba

Para probar los métodos de solución del enfoque evolutivo, la mayoría de los trabajos en la literatura especializada utilizan problemas MOBO de referencia (i.e., problemas con propiedades matemáticas predefinidas para los cuales se conoce la solución exacta y usualmente modelan situaciones poco realistas). En contraste, existe una pequeña cantidad de problemas MOBO que modelan situaciones del mundo real.

Sin importar el nivel de realismo de los problemas de prueba, se pueden observar algunas características comunes en todos ellos, como un número similar de funciones objetivo en los problemas de los dos niveles (menor a tres), el mismo tipo y cantidad reducida de variables de diseño (continuas y alrededor de veinte), y un número limitado de restricciones relativamente simples (usualmente lineales o cuadráticas). Por lo anterior, es necesario proponer nuevos problemas de prueba que consideren

características más diversas y desafiantes para comprobar la efectividad de los métodos evolutivos y su viabilidad para eventualmente utilizarlos en situaciones realistas.

4. Toma de decisiones binivel

El DM es un elemento fundamental para todos los métodos de solución MOBO. Para los métodos anidados que abordan formulaciones multiobjetivo en el LL sin escalarización, el DM se encarga de seleccionar las soluciones Pareto-óptimas más pertinentes que se reportan al UL a posteriori, i.e., después de que se obtiene el conjunto óptimo de Pareto. En las formulaciones multiobjetivo no escalarizadas del UL, el DM encuentra también a posteriori la mejor solución Pareto-óptima que debe implementarse en una aplicación práctica. Lo mismo puede decirse para los problemas MOBO transformados en MOP mediante una reducción de nivel. Cuando se utilizan métodos de escalarización para transformar los problemas multiobjetivo en el UL o el LL en formulaciones globales, el DM realiza una toma de decisiones a priori para establecer niveles de preferencia particulares de cada objetivo (e.g., mediante los pesos de una suma ponderada o a través de la configuración de los parámetros de un modelo difuso).

A pesar de la importancia de la toma de decisiones en MOBO, aún queda bastante trabajo pendiente en el tema. En este sentido, la toma de decisiones interactiva (i.e., durante la generación del conjunto óptimo de Pareto) ha sido raramente probada en los métodos evolutivos para resolver problemas MOBO. Por otro lado, en la mayoría de los métodos de solución anidados, el solucionador del LL reporta todas las soluciones Pareto-óptimas encontradas, por lo que la toma de decisiones no se realiza propiamente. Además, no se han explorado suficientes alternativas en la toma de decisiones a priori en los métodos que requieren escalarización.

5. Estudios sobre convergencia, diversidad y factibilidad

En el área de MOBO, es difícil encontrar estudios comparativos que evalúen el desempeño de distintos métodos evolutivos, considerando aspectos como la convergencia, diversidad y factibilidad de las soluciones que son capaces de encontrar.

Lo anterior describe una falta de conocimiento acerca de los métodos que deben emplearse para abordar modelos MOBO con características particulares; los mecanismos de manejo de restricciones que deben utilizarse en problemas con restricciones adicionales a la impuesta por la solución del problema del LL; la efectividad de las diferentes inspiraciones metaheurísticas con sus respectivas etapas y operadores, y los distintos enfoques de búsqueda global y multiobjetivo; los DM que pueden emplearse para reducir la complejidad del problema, acelerar la convergencia o encontrar un conjunto de soluciones más diverso; el impacto que tienen las soluciones pseudo factibles en el proceso de búsqueda; y la influencia del proceso inicialización, entre otros.

6. Software para optimización multiobjetivo binivel

Hasta donde los autores conocen, existen pocos repositorios de código fuente con métodos evolutivos para solucionar modelos MOBO. Estos se pueden encontrar en el repositorio de optimización binivel en <http://repository.bi-level.org/software>. Lo anterior conforma un desafío importante para la comunidad de MOBO.

VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se abordó el estado actual de la optimización multiobjetivo binivel desde la perspectiva del cómputo evolutivo. Para ello se presentaron los conceptos fundamentales de este tipo de optimización, el enfoque de solución evolutivo en contraste con los métodos clásicos y algunas aplicaciones relevantes. Lo anterior permitió identificar algunos desafíos actuales en el área y delimitar posibles direcciones futuras.

Después del análisis anterior, se observó que el enfoque evolutivo ha ganado relevancia recientemente debido a su capacidad para solucionar problemas de optimización multiobjetivo binivel que modelan situaciones más realistas, en comparación con los métodos clásicos que requieren características y propiedades matemáticas difíciles de encontrar en este tipo de problemas.

A pesar del creciente interés en el enfoque evolutivo en esta área, aún hay trabajo pendiente, como la propuesta de nuevos métodos metaheurísticos con distintas inspiraciones y con diferentes operadores; el desarrollo de problemas de prueba con características desafiantes para probar este tipo de métodos y eventualmente extrapolarlos a situaciones reales complejas; la formulación de nuevas métricas de desempeño que consideren las interacciones binivel, mismas que pueden aportar al desarrollo de nuevos algoritmos u operadores efectivos; la comprobación de distintos enfoques para la toma de decisiones en los dos niveles de un problema; la realización de estudios sobre la precisión, diversidad y factibilidad de las soluciones obtenidas con el enfoque evolutivo; y la disponibilidad de códigos fuente para experimentar con los métodos de solución. Todos estos desafíos conforman un nicho fértil para futuras investigaciones.

REFERENCIAS

- [26] S. S. Rao, *Engineering optimization: theory and practice*. John Wiley & Sons, 2019.
- [27] X. Huang, Q. Huang, H. Cao, W. Yan, L. Cao, and Q. Zhang, "Optimal design for improving operation performance of electric construction machinery collaborative system: Method and application," *Energy*, vol. 263, p. 125629, 2023.
- [28] S. Mohammadi and S. R. Hejazi, "Using particle swarm optimization and genetic algorithms for optimal control of non-linear fractional-order chaotic system of cancer cells," *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 206, pp. 538–560, 2023.
- [29] Y. Han, W. Ma, and D. Ma, "Green maritime: An improved quantum genetic algorithm-based ship speed optimization method considering various emission reduction regulations and strategies," *Journal of Cleaner Production*, vol. 385, p. 135814, 2023.
- [30] C. A. Floudas and C. E. Gounaris, "A review of recent advances in global optimization," *Journal of Global Optimization*, vol. 45, pp. 3–38, 2009.
- [31] R. Horst and P. M. Pardalos, *Handbook of global optimization*. Springer Science & Business Media, 2013, vol. 2.
- [32] C. A. Coello-Coello, G. B. Lamont, and D. A. Van-Veldhuizen, *Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems*. Springer, 2007, vol. 5.
- [33] K. Deb and D. Kalyanmoy, *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. USA: John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- [34] E. Mezura-Montes and C. A. C. Coello, "Constraint-handling in nature-inspired numerical optimization: past, present and future," *Swarm and Evolutionary Computation*, vol. 1, no. 4, pp. 173–194, 2011.
- [35] Z. Michalewicz et al., "A survey of constraint handling techniques in evolutionary computation methods," *Evolutionary programming*, vol. 4, pp. 135–155, 1995.
- [36] I. Rahimi, A. H. Gandomi, F. Chen, and E. Mezura-Montes, "A review on constraint handling techniques for population-based algorithms: from single-objective to multi-objective optimization," *Archives of Computational Methods in Engineering*, vol. 30, no. 3, pp. 2181–2209, 2023.
- [37] A. Sinha, P. Malo, and K. Deb, "A review on bilevel optimization: From classical to evolutionary approaches and applications," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 22, no. 2, pp. 276–295, 2017.
- [38] B. Colson, P. Marcotte, and G. Savard, "An overview of bilevel optimization," *Annals of operations research*, vol. 153, no. 1, pp. 235–256, 2007.
- [39] G. Eichfelder, *Methods for Multiobjective Bilevel Optimization*. Cham: Springer International Publishing, 2020, pp. 423–449.
- [40] K. Deb and A. Sinha, "An efficient and accurate solution methodology for bilevel multi-objective programming problems using a hybrid evolutionary-local-search algorithm," *Evolutionary Computation*, vol. 18, no. 3, pp. 403–449, Sep. 2010.
- [41] C. R. Reeves, *Modern heuristic techniques for combinatorial problems*. John Wiley & Sons, Inc., 1993.
- [42] T. Bäck, D. B. Fogel, and Z. Michalewicz, "Handbook of evolutionary computation," Release, vol. 97, no. 1, p. B1, 1997.
- [43] H. Bonnel and J. Morgan, "Semivectorial bilevel optimization problem: penalty approach," *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 131, no. 3, pp. 365–382, 2006.
- [44] A. Sinha, P. Malo, and K. Deb, "A review on bilevel optimization: from classical to evolutionary approaches and applications," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 22, no. 2, pp. 276–295, 2018.
- [45] X. Shi and H. Xia, "Interactive bilevel multi-objective decision making," *Journal of the Operational Research Society*, vol. 48, pp. 943–949, 1997.
- [46] G. Zhang, J. Lu, and T. Dillon, "Decentralized multi-objective bilevel decision making with fuzzy demands," *Knowledge-Based Systems*, vol. 20, no. 5, pp. 495–507, 2007, *intelligent Knowledge Engineering Systems*.
- [47] W. F. Bialas and M. H. Karwan, "Two-level linear programming," *Management science*, vol. 30, no. 8, pp. 1004–1020, 1984.
- [48] G. Zhang and J. Lu, "Fuzzy bilevel programming with multiple objectives and cooperative multiple followers," *Journal of Global Optimization*, vol. 47, no. 3, pp. 403–419, 2010.
- [49] Y. Zheng, Z. Wan, and G. Wang, "A fuzzy interactive method for a class of bilevel multiobjective programming problem," *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 8, pp. 10 384–10 388, 2011.
- [50] E. A. Youness, O. E. Emam, and M. S. Hafez, "Fuzzy bi-level multi-objective fractional integer programming," *Applied Mathematics & Information Sciences*, vol. 8, no. 6, pp. 2857–2863, Nov. 2014.
- [51] R. Buddala and S. S. Mahapatra, "Improved teaching-learning-based and JAYA optimization algorithms for solving flexible flow shop scheduling problems," *Journal of Industrial Engineering International*, vol. 14, no. 3, pp. 555–570, Nov. 2017.
- [52] R. V. Rao and A. Saroj, "Constrained economic optimization of shell-and-tube heat exchangers using elitist-Jaya algorithm," *Energy*, vol. 128, pp. 785–800, 2017.
- [53] R. M. Rizk-Allah and M. A. Abo-Sinna, "A comparative study of two optimization approaches for solving bi-level multi-objective linear fractional programming problem," *OPSEARCH*, pp. 1–29, 2020.
- [54] Y. Lv and Z. Wan, "Solving linear bilevel multiobjective programming problem via exact penalty function approach," *Journal of Inequalities and Applications*, vol. 2015, no. 1, pp. 1–12, 2015.
- [55] Z. W. Yibing Lv, "Linear bilevel multiobjective optimization problem: Penalty approach," *Journal of Industrial & Management Optimization*, vol. 15, no. 3, pp. 1213–1223, 2019.
- [56] A. Anzi and M. S. Radjef, "Solving a class of multiobjective bilevel problems by dc programming," *International Journal of Operational Research*, vol. 37, no. 2, pp. 157–173, 2020.
- [57] Y. Ji, G. Ma, J. Wei, and Y. Dai, "A hybrid approach for uncertain multi-criteria bilevel programs with a supply chain competition application," *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, vol. 33, no. 5, pp. 2999–3008, 2017.

- [58] Y. Ji, S. Qu, and Z. Yu, "A new method for solving multiobjective bilevel programs," *Discrete Dynamics in Nature and Society*, vol. 2017, 2017.
- [59] S. Dirkse, "Robust solution of mixed complementarity problems," *Tech. Rep.*, 1994.
- [60] Y. Ji, S. Qu, and Z. Yu, "Bi-level multi-objective optimization model for last mile delivery using a discrete approach," *Journal of Difference Equations and Applications*, vol. 23, no. 1-2, pp. 179–190, 2017.
- [61] S. Dempe and J. Dutta, "Is bilevel programming a special case of a mathematical program with complementarity constraints?" *Mathematical Programming*, vol. 131, no. 1-2, pp. 37–48, Feb. 2010.
- [62] Y. Lv and Z. Wan, "A solution method for the optimistic linear semivectorial bilevel optimization problem," *Journal of Inequalities and Applications*, vol. 2014, no. 1, pp. 1–10, 2014.
- [63] C. O. Pieume, P. Marcotte, L. P. Fotso, P. Siarry et al., "Solving bilevel linear multiobjective programming problems," *American Journal of Operations Research*, vol. 1, no. 4, pp. 214–219, 2011.
- [64] M. J. Alves, S. Dempe, and J. J. Júdice, "Computing the pareto frontier of a bi-objective bi-level linear problem using a multiobjective mixed-integer programming algorithm," *Optimization*, vol. 61, no. 3, pp. 335–358, 2012.
- [65] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, 1st ed. USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1989.
- [66] J. Kennedy and R. Eberhart, "Particle swarm optimization," in *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*, vol. 4, 1995, pp. 1942–1948 vol.4.
- [67] R. Storn and K. Price, "Differential evolution – a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces," *Journal of Global Optimization*, vol. 11, no. 4, pp. 341–359, Dec 1997.
- [68] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi, "Optimization by simulated annealing," *Science*, vol. 220, no. 4598, pp. 671–680, 1983.
- [69] M. Dorigo, M. Birattari, and T. Stutzle, "Ant colony optimization," *IEEE computational intelligence magazine*, vol. 1, no. 4, pp. 28–39, 2006.
- [70] K. Deb and A. Sinha, "Solving bilevel multi-objective optimization problems using evolutionary algorithms," in *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, M. Ehrgott, C. M. Fonseca, X. Gandibleux, J.-K. Hao, and M. Sevaux, Eds. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009, pp. 110–124.
- [71] —, "An evolutionary approach for bilevel multi-objective problems," in *Cutting-Edge Research Topics on Multiple Criteria Decision Making*, Y. Shi, S. Wang, Y. Peng, J. Li, and Y. Zeng, Eds. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009, pp. 17–24.
- [72] —, "Constructing test problems for bilevel evolutionary multi-objective optimization," in *2009 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2009, pp. 1153–1160.
- [73] A. Sinha and K. Deb, "Towards understanding evolutionary bilevel multi-objective optimization algorithm," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 42, no. 2, pp. 338–343, 2009, 14th IFAC Workshop on Control Applications of Optimization.
- [74] A. Sinha, "Bilevel multi-objective optimization problem solving using progressively interactive emo," in *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, R. H. C. Takahashi, K. Deb, E. F. Wanner, and S. Greco, Eds. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2011, pp. 269–284.
- [75] A. Sinha, P. Malo, and K. Deb, "Approximated set-valued mapping approach for handling multiobjective bilevel problems," *Computers & Operations Research*, vol. 77, pp. 194–209, 2017.
- [76] A. Gupta, P. Kelly, M. Ehrgott, and S. Bickerton, "A surrogate model based evolutionary game-theoretic approach for optimizing non-isothermal compression RTM processes," *Composites Science and Technology*, vol. 84, pp. 92–100, 2013.
- [77] T. Zhang, T. Hu, Y. Zheng, and X. Guo, "An improved particle swarm optimization for solving bilevel multiobjective programming problem," *Journal of Applied Mathematics*, vol. 2012, 2012.
- [78] T. Zhang, Z. Chen, Y. Zheng, and J. Chen, "An improved simulated annealing algorithm for bilevel multiobjective programming problems with application," *Journal of Nonlinear Sciences and Applications*, vol. 9, no. 6, pp. 3672–3685, 2016.
- [79] P. Carrasqueira, M. J. Alves, and C. H. Antunes, "A bi-level multiobjective PSO algorithm," in *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, A. Gaspar-Cunha, C. Henggeler Antunes, and C. C. Coello, Eds. Cham: Springer International Publishing, 2015, pp. 263–276.
- [80] T. Zhang, T. Hu, X. Guo, Z. Chen, and Y. Zheng, "Solving high dimensional bilevel multiobjective programming problem using a hybrid particle swarm optimization algorithm with crossover operator," *Knowledge-Based Systems*, vol. 53, pp. 13–19, 2013.
- [81] M. M. Islam, H. K. Singh, and T. Ray, "A nested differential evolution based algorithm for solving multi-objective bilevel optimization problems," in *Artificial Life and Computational Intelligence*, T. Ray, R. Sarker, and X. Li, Eds. Cham: Springer International Publishing, 2016, pp. 101–112.
- [82] F. Matroud and H. Sadeghi, "Solving bi-level programming with multiple linear objectives at lower level using particle swarm optimization," *Journal of mathematics and computer science*, vol. 7, no. 3, pp. 221–229, 2013.
- [83] M. J. a. Alves, C. H. Antunes, and P. Carrasqueira, "A PSO approach to semivectorial bilevel programming: Pessimistic, optimistic and deceiving solutions," in *Proceedings of the 2015 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, ser. GECCO '15. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2015, p. 599–606.
- [84] M. J. Alves and J. P. Costa, "An algorithm based on particle swarm optimization for multiobjective bilevel linear problems," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 247, pp. 547–561, 2014.
- [85] M. J. Alves, "Using MOPSO to solve multiobjective bilevel linear problems," in *Swarm Intelligence*, M. Dorigo, M. Birattari, C. Blum, A. L. Christensen, A. P. Engelbrecht, R. Groß, and T. Stützle, Eds. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2012, pp. 332–339.
- [86] H. Li, "An evolutionary algorithm for multi-criteria inverse optimal value problems using a bilevel optimization model," *Applied Soft Computing*, vol. 23, pp. 308–318, 2014.
- [87] L. Jia, X. Feng, and G. Zou, "Solving multiobjective bilevel transportation-distribution planning problem by modified NSGA II," in *2013 Ninth International Conference on Computational Intelligence and Security*, 2013, pp. 303–307.
- [88] H. Li, L. Zhang, and H. Li, "Modified NSGA-II based interactive algorithm for linear multiobjective bilevel programs," in *2019 15th International Conference on Computational Intelligence and Security (CIS)*, 2019, pp. 406–410.
- [89] A. Gupta and Y.-S. Ong, "An evolutionary algorithm with adaptive scalarization for multiobjective bilevel programs," in *2015 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, 2015, pp. 1636–1642.
- [90] Y. Liu, H. Li, and H. Li, "Evolutionary algorithm using surrogate models for solving bilevel multiobjective programming problems," *PLOS ONE*, vol. 15, no. 12, p. e0243926, 2020.
- [91] Q. Zhang and H. Li, "MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 11, no. 6, pp. 712–731, 2007.
- [92] L. Jia and Y. Wang, "A genetic algorithm for multiobjective bilevel convex optimization problems," in *2009 International Conference on Computational Intelligence and Security*, vol. 1, Dec 2009, pp. 98–102.
- [93] L. Jia, Y. Wang, and L. Fan, "An improved uniform design-based genetic algorithm for multi-objective bilevel convex programming," *International Journal of Computational Science and Engineering*, vol. 12, no. 1, pp. 38–46, 2016.
- [94] —, "Multiobjective bilevel optimization for production-distribution planning problems using hybrid genetic algorithm," *Integr. Comput.-Aided Eng.*, vol. 21, no. 1, p. 77–90, Jan. 2014.
- [95] H. Li and L. Zhang, "An efficient solution strategy for bilevel multiobjective optimization problems using multiobjective evolutionary algorithm," *Soft Computing*, pp. 1–21, 2021.
- [96] H. Li, Q. Zhang, Q. Chen, L. Zhang, and Y.-C. Jiao, "Multiobjective differential evolution algorithm based on decomposition for a type of multiobjective bilevel programming problems," *Knowledge-Based Systems*, vol. 107, pp. 271–288, 2016.
- [97] L. Jia and Y. Wang, "Genetic algorithm based on primal and dual theory for solving multiobjective bilevel linear programming," in *2011 IEEE Congress of Evolutionary Computation (CEC)*, 2011, pp. 558–565.
- [98] P. Biswas, *Genetic Algorithm Based Multiobjective Bilevel Programming for Optimal Real and Reactive Power Dispatch Under Uncertainty*. Cham: Springer International Publishing, 2015, pp. 171–203.
- [99] X. Wang and Y. Wang, "An energy and data locality aware bi-level multiobjective task scheduling model based on MapReduce for cloud computing," in *2012 IEEE/WIC/ACM International Conferences on Web Intelligence and Intelligent Agent Technology*, vol. 1, 2012, pp. 648–655.
- [100] A. Gupta, Y. S. Ong, P. A. Kelly, and C. K. Goh, "Pareto rank learning for multi-objective bi-level optimization: A study in composites manufacturing," in *2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, 2016, pp. 1940–1947.
- [101] M. Strömman, I. Seilonen, and K. Koskinen, *Collaborative Optimization Based Design Process for Process Engineering*. Cham: Springer International Publishing, 2014, pp. 291–303.

- [102] M. Linnala, E. Madetoja, H. Ruotsalainen, and J. Hämäläinen, “Bilevel optimization for a dynamic multiobjective problem,” *Engineering Optimization*, vol. 44, no. 2, pp. 195–207, 2012.
- [103] Y. Yin, “Multiobjective bilevel optimization for transportation planning and management problems,” *Journal of Advanced Transportation*, vol. 36, no. 1, pp. 93–105, 2002.
- [104] W. Xu and H. Sun, “A bilevel multi-objective model for sustainable road pricing design on a bimodal transport network,” in *2018 8th International Conference on Logistics, Informatics and Service Sciences (LISS)*, 2018, pp. 1–6.
- [105] B. Barnhart, Z. Lu, M. Bostian, A. Sinha, K. Deb, L. Kurkalova, M. Jha, and G. Whittaker, “Handling practicalities in agricultural policy optimization for water quality improvements,” in *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference*, ser. GECCO ’17. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2017, p. 1065–1072.
- [106] M. Bostian, G. Whittaker, A. Sinha, and B. Barnhart, “Incorporating data envelopment analysis solution methods into bilevel multi-objective optimization,” in *2015 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, 2015, pp. 1667–1674.

Técnicas de bajo costo para la síntesis de materiales luminiscentes altamente eficientes

Iván E. Martínez Merlín¹, Jesús U. Balderas Aguilar^{2*}, Ulises E. Cercas Balderas¹, Ashley N. Ramírez Hernández¹, Bernardo Martínez Espino¹, Luis A Ramírez López¹

Resumen: En este trabajo se reporta la implementación de las técnicas conocidas como evaporación lenta, difusión lenta, molienda mecánica, spin coating y rocío pirolítico ultrasónico, consideradas como técnicas de bajo costo y en algunos casos, fácil escalabilidad industrial. Estas técnicas son una gran alternativa para laboratorios de reciente creación que cuentan con recursos limitados, los requerimientos para la implementación de estas técnicas se reducen a la correcta combinación de precursores y al material básico que tiene casi cualquier laboratorio de química, no obstante, para el caso de técnicas como Spin-Coating, fue necesario diseñar y fabricar un dispositivo mediante manufactura aditiva para construir el dispositivo necesario. Finalmente se muestran algunas caracterizaciones de los materiales sintetizados mediante estas técnicas, principalmente las mediciones de fotoluminiscencia, propiedad de mayor interés para el grupo de trabajo.

Palabras claves: Síntesis de bajo costo, Materiales luminiscentes, Spin-Coating, Rocío Pirolítico Ultrasónico, Evaporación lenta, Difusión lenta.

I. INTRODUCCIÓN

Las técnicas de síntesis de bajo costo para la fabricación de materiales son una gran alternativa para realizar proyectos de investigación científica en laboratorios de reciente creación con recursos limitados. En este trabajo nos enfocaremos a la síntesis de materiales con propiedades luminiscentes, sin embargo, estas técnicas no están limitadas a esta temática de investigación.

La mayoría de las técnicas utilizadas para la síntesis de materiales luminiscentes son aquellas conocidas como “química suave”, entre las que podemos mencionar; descomposición térmica, hidro/solvotermal, coprecipitación y Sol-gel, siendo esta últimas la técnica de menor costo y de la cual variaciones como: evaporación de solventes, cristalización por difusión lenta, spin coating e incluso rocío pirolítico han demostrado la fabricación de materiales luminiscentes con alto valor científico como los fluoruros, óxidos, perovskitas y metal-orgánicos dopados con iones lantánidos. [1]–[3]

Son cinco las técnicas de síntesis objeto de este trabajo y que han sido implementadas debido a su bajo costo, principal factor

para su elección, estas son: Evaporación lenta, evaporación de solventes, cristalización por difusión lenta, molienda mecánica, spin coating y rocío pirolítico ultrasónico, estas técnicas tienen como fundamento el crecimiento de materiales cristalinos con propiedades luminiscentes, en años recientes se han reportado materiales que presentan eficiencias cuánticas mayores al 90% y tienen como característica principal su cristalinidad. [4], [5]

Este tipo de técnicas permiten la formación y crecimiento de cristales, que, por lo general sigue siete mecanismos principales: nucleación, crecimiento, separación de fases líquido-líquido, aglomeración, rotura, siembra y transición polimorfa, un esquema representativo es mostrado en la Fig. 1.

La *nucleación* es el proceso en donde las moléculas se ensamblan a partir de una solución sobresaturada, la tasa de nucleación depende en gran medida del tipo de solvente utilizado y de la concentración de la solución. El *crecimiento de un cristal* es el proceso subsecuente a la nucleación y depende en gran medida de la saturación de la solución, en ocasiones el uso de un anti-disolvente puede controlar este proceso. La *separación de fases líquido-líquido* (“oiling out” en inglés) generalmente ocurre en la cristalización de moléculas complejas y se debe a los diferentes grados de solubilidad de los precursores. Cuando existen colisiones durante el crecimiento de los cristales, pueden formarse enlaces que ocasionan la unión de los cristales formando aglomerados, la forma de controlar este mecanismo depende del tipo de solvente y de la saturación de la solución. La rotura ocurre cuando se aplica un estrés mecánico a los cristales debido a interacciones entre los mismos cristales o entre los cristales y el reactor, se puede propiciar este mecanismo mediante la molienda húmeda. La *siembra* o seeding en inglés, es el acto de introducir pequeños cristales en una solución sobresaturada con la finalidad de propiciar el crecimiento de los cristales. Finalmente, la *transformación polimorfa* ocurre en materiales que tienen la propiedad de formar estructuras cristalinas de diferente tipo. [6]

Los materiales luminiscentes tienen aplicaciones importantes para la vida cotidiana, son utilizados como materia prima para la fabricación de dispositivos electrónicos como celulares,

Fecha de envío: (07/08/2023)

Fecha de aceptación: (25/08/2023)

¹Tecnológico Nacional de México/IT de Tlalnepantla, Av. Instituto Tecnológico s/, La Comunidad, Tlalnepantla de Baz, Estado de México, México.

²UNAM/Instituto de Investigación en Materiales, Ciudad Universitaria, Coyoacán, 04510, Ciudad de México, México.

ivan.mm@tlalnepantla.tecnm.mx, jubalderas@iim.unam.mx, (*autor de correspondencia)

ni_cole79@hotmail.com,

m18250509@tlalnepantla.tecnm.mx

L17250404@tlalnepantla.tecnm.mx,

L17251464@tlalnepantla.tecnm.mx,

Este trabajo fue apoyado en parte por el Tecnológico Nacional de México a través del proyecto 1436.22-P.

Se agradece la participación del estudiante Abraham Alejandro Avalos Roa por su colaboración con el diseño parcial del sistema Spin Coating.

tabletas, pantallas, LEDs y láseres, por mencionar algunos. La creciente demanda de este tipo de dispositivos incentiva la investigación de nuevos y mejores materiales con eficiencias mayores y costos de fabricación menor. El enfoque en la investigación de estos materiales se concentra en la síntesis de fósforos inorgánicos, puntos cuánticos, perovskitas y compuestos híbridos metal-orgánicos, principalmente.[7]–[10]

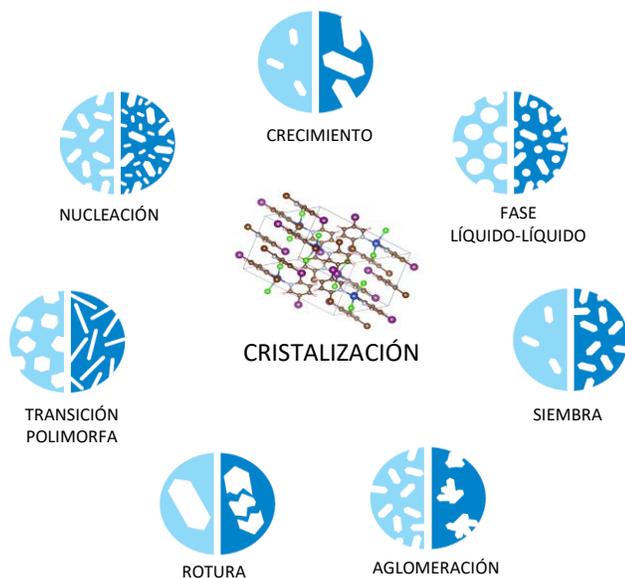


Fig. 1. Esquema de los siete mecanismos observados en los procesos de síntesis de materiales cristalinos.

II. DESARROLLO

La implementación de las diferentes técnicas de síntesis implementadas, son descritas a continuación.

1. Síntesis por evaporación lenta

La síntesis por evaporación lenta consiste en la preparación de diferentes soluciones precursoras, las cuales son mezcladas en las cantidades adecuadas de acuerdo con la estequiometría del material a sintetizar, posteriormente se mantiene en condiciones ambientales hasta que el solvente se evapora completamente obteniendo el material de interés en forma de un soluto seco.

Los materiales necesarios para la implementación de esta técnica consisten en los compuestos químicos utilizados, diferentes tipos de solventes como metanol, etanol, dimetilformamida y acetona, por mencionar algunos, una parrilla con agitación magnética, balanza analítica, vasos de precipitados, probetas y pipetas serológicas y una caja con ventilación.

Los parámetros de síntesis son la concentración de las diferentes soluciones, la pureza del precursor, el tipo de solvente utilizado, la viscosidad del solvente y la temperatura. [11]

Las ventajas que presenta esta técnica son su bajo costo, escalabilidad industrial y amigable con el medio ambiente, entre las desventajas se considera que el tiempo de síntesis

puede variar de unos días hasta semanas para la obtención del material final.



Fig. 2. Caja de ventilación utilizada para colocar y permitir la evaporación lenta del solvente utilizado en cada muestra.

2. Síntesis por difusión

Esta técnica es utilizada para la obtención de cristales de mayor tamaño y calidad a los obtenidos por el método de evaporación lenta. La técnica consiste en la preparación de la o las soluciones precursoras, posteriormente se mezclan en las proporciones estequiométricas adecuadas en un vaso de precipitados, posteriormente el vaso con la solución es colocado en un recipiente hermético que contiene un antisolvente, solvente en el que el compuesto deseado no es soluble, el cual se difundirá lentamente en la solución colocado en el vaso de precipitado. Una vez que el antisolvente se evaporó totalmente se saca el vaso de precipitado del recipiente hermético y se coloca en condiciones ambientales hasta que se seque totalmente. [12]



Fig. 3. Arreglo con un recipiente que contiene un antisolvente y un vaso de precipitado con la solución precursora.

Los parámetros de síntesis a considerar son la elección del solvente y del antisolvente y la concentración y cantidad de las soluciones precursoras.

Los materiales necesarios para la implementación de esta técnica consisten en una parrilla con agitación magnética, vasos de precipitados, pipetas serológicas, recipientes herméticos, compuestos químicos y solventes.

Presenta las mismas ventajas que la técnica de evaporación lenta y como desventaja es que el tiempo para obtener el material es mayor, de al menos una semana hasta algunos meses.

3. Síntesis mecanoquímica

La síntesis mecano química consiste en la molienda de los precursores en forma de sólidos, la energía proporcionada por la presión ocasiona que los compuestos reaccionen entre sí formando el material deseado. Para su implementación solo es necesario un mortero de ágata preferentemente y los compuestos químicos necesarios. Como desventaja presenta la limitada cantidad de materiales que pueden ser obtenidos por esta técnica, entre sus ventajas observamos su fácil escalabilidad industrial, el tiempo de síntesis es muy corto, de solo unos minutos, amigable con el medio ambiente al no requerir ningún tratamiento térmico y no producir ningún residuo. [13]

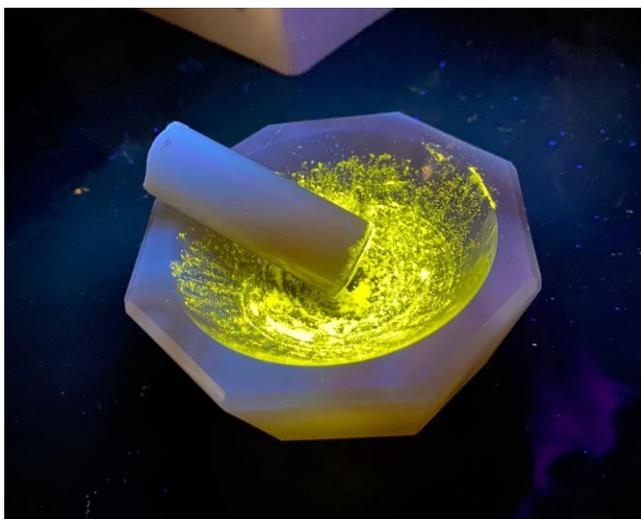


Fig. 4. Mortero de ágata con un material luminescente obtenido por la técnica mecano química.

4. Síntesis por spin coating

Esta técnica es utilizada para la síntesis de películas, consiste en la preparación de una solución precursora con los compuestos necesarios, posteriormente la solución es vertida por goteo mediante una pipeta sobre un sustrato de vidrio el cual se hará girar a una velocidad determinada produciendo una película.

Los parámetros de síntesis que involucra esta técnica son, la solución precursora utilizada, la cantidad de solución aplicada y la cantidad de veces que se coloca la solución en el sustrato, las revoluciones por minuto a las que se hace girar el sustrato y finalmente el tiempo que permanece girando el sustrato después de colocada la solución.

Entre las ventajas podemos mencionar que es amigable con el medio ambiente, se obtienen películas de buena calidad, de fácil implementación y bajo costo, la principal desventaja es que no es escalable a nivel industrial. [14]

Los materiales necesarios son, un dispositivo de síntesis de

películas conocido como spin coater, para este caso, el dispositivo fue diseñado y construido mediante impresión 3D y Arduino.



Fig. 5. Diseño de dispositivo para realizar películas mediante Spin Coating para su posterior fabricación mediante impresión 3D.

La Fig. 5 muestra el diseño y la fabricación del sistema de Spin Coating utilizando software CAD para el diseño mecánico, el dispositivo fue fabricado en una impresora 3D modelo Creality Ender 3 S1, la electrónica de control fue implementada usando un arduino UNO, un motor sin escobillas, un display y un teclado.



Fig. 6. Dispositivo para realizar películas mediante Spin Coating. Su fabricación fue realizada mediante impresión 3D.

5. Síntesis por rocío pirolítico

La técnica consiste en la fabricación de una película sobre un sustrato de vidrio, silicio, cuarzo o metal. El procedimiento consiste en realizar una solución precursora con los reactivos químicos necesarios, posteriormente se coloca en un nebulizador ultrasónico que se encarga de generar gotas micrométricas de la solución, mediante un sistema de tuberías y utilizando un gas de arrastre se transportan las gotas hasta una boquilla de vidrio, es entonces cuando el nebulizado se rocía sobre un sustrato previamente calentado, debido a una reacción pirolítica se forma una película sobre el sustrato. En la Fig. 7 se muestra un esquema básico del sistema de rocío pirolítico ultrasónico.

Las variables involucradas en el proceso son, la concentración de la solución, el solvente utilizado, el flujo del gas de arrastre, el tiempo de depósito, la distancia de la boquilla al sustrato, el movimiento de la boquilla y la temperatura del sustrato.

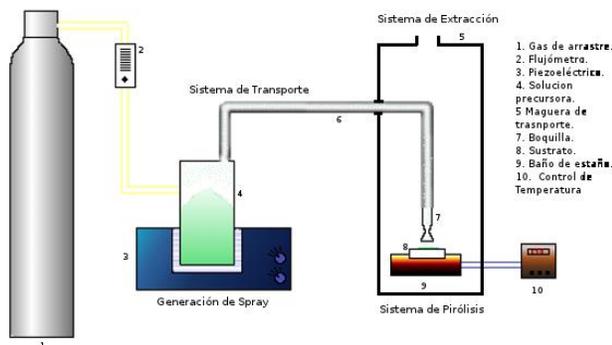


Fig. 7. Esquema representativo de un sistema de rocío pirolítico ultrasónico.

Los materiales necesarios para la síntesis de películas son, sustratos de vidrio, silicio o cuarzo, esferas de vidrio para nebulización, diferentes solventes, un tanque de aire seco o nitrógeno y los reactivos químicos.[15]



Fig. 8. Sistema de rocío pirolítico ultrasónico implementado en el Instituto Tecnológico de Tlalnepantla.

La construcción del sistema de rocío pirolítico ultrasónico es la más elaborada y costosa de todas las técnicas presentadas en este trabajo, la construcción del sistema de rocío pirolítico ultrasónico se puede dividir en cinco subsistemas.

Subsistema de Transporte, compuesto por un tanque de aire/nitrógeno, manguera de 6 mm de teflón, llaves de bola, rotámetros, conexiones rápidas para mangueras, manguera corrugada de 1 in y una boquilla de vidrio.

Subsistema de nebulizado consiste en un nebulizador ultrasónico de grado médico, y esferas de vidrio.

Subsistema de calefacción. - Compuesto por resistencias tipo cartucho, bloque de aluminio o baño de estaño, termopar, controlador de temperatura, interruptor termomagnético y un fusible de acción rápida.

Subsistema de extracción. - Esta formado por un extractor de aire para ductos de 4 pulgadas, ducto flexible, filtro de carbón activado, manguera de 2 pulgadas y coples tipo espiga.

Subsistema de movimiento de boquilla. Este sistema consiste en un mecanismo tipo CNC para mover el elemento calefactor de vidrio de manera uniforme, este compuesto por dos mesas deslizantes con motores a pasos controladas mediante un Arduino uno.

La Fig. 8 muestra una imagen del sistema implementado en donde se pueden observar los diferentes subsistemas y sus componentes.

6. Costos aproximados de las diferentes técnicas

La tabla 1 muestra los costos de implementación de cada una de las técnicas considerando una inversión inicial, en donde se consideran principalmente el costo de una balanza analítica, una parrilla con agitación magnética, agitadores magnéticos y vidriería, en el caso de la técnica de rocío pirolítico ultrasónico, el costo inicial es notablemente elevado debido a la construcción del sistema, lo que incluye un conjunto de dispositivos mecánicos, eléctricos y electrónicos. Se considera una segunda inversión en donde se consideran lo reactivos y solventes utilizados, considerando cantidades suficientes para varias series de experimentos, se debe tener en cuenta que el costo de los reactivos puede variar de acuerdo con el tipo de materiales que se desea obtener.

Tabla I. INVERSIÓN ESTIMADA PARA LA IMPLEMENTACIÓN DE DIFERENTES TÉCNICAS CONSIDERADAS DE BAJO COSTO.

Técnica de síntesis	Costo inicial	Costo de experimentos	Costo total estimado
Evaporación lenta	\$ 12,500.00	\$ 15,000.00	\$ 27,500.00
Difusión lenta	\$ 14,000.00	\$ 15,000.00	\$ 29,000.00
Mecanoquímica	\$ 8,000.00	\$ 10,000.00	\$ 18,000.00
Espin- Coating	\$ 15,000.00	\$ 15,000.00	\$ 30,000.00
Rocío Pirolítico	\$ 150,000.00	\$ 20,000.00	\$ 180,000.00

III. EJEMPLOS Y APLICACIONES

Algunos de los materiales obtenidos mediante las técnicas antes mencionadas son mostrados a continuación, en forma de polvos, soluciones y películas, considerando que la propiedad de alta prioridad deseada es la emisión luminiscente y en la mayoría de los casos presentan una alta eficiencia cuántica. Son tres los tipos de materiales obtenidos mediante estas técnicas, y esas son: materiales híbridos basados en haluros metálicos luminiscentes, los cuales presentan una alta eficiencia cuántica, el segundo tipo de material se conoce como materiales cristalinos metal-orgánicos luminiscentes, mejor conocidos como MOFs por sus siglas en

inglés, y como tercer tipo de material mencionaremos películas de perovskitas luminiscentes libres de plomo.

1. Materiales híbridos basados en haluros metálicos

Un haluro metálico es la unión química entre átomos de flúor, cloro, bromo y/o yodo ligado a un átomo metálico, cuando estos compuestos forman estructuras cristalinas con compuestos orgánicos (ligando orgánico, ejemplo: metilamonio, formamidinio, y guanidinio) y/o con átomos de radio iónico grande como cesio o potasio, pueden producirse este tipo de materiales híbridos cuya principal característica es la de presentar altas eficiencias cuánticas. [16]

La síntesis de este tipo de materiales suelen ser evaporación lenta, cristalización por difusión o molienda mecánica. En la Fig. 9 se muestran algunos de los materiales obtenidos mediante estas técnicas.

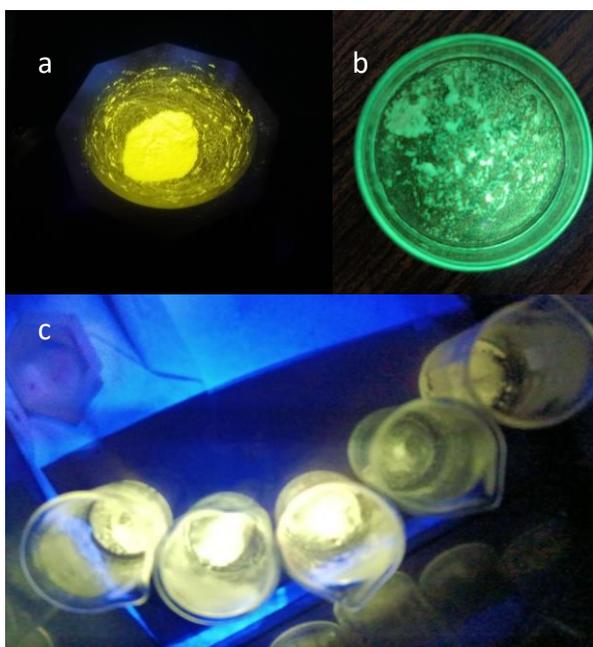


Fig. 9. Materiales híbridos luminiscentes sintetizados mediante, a) molienda mecánica, b) cristalización por difusión y c) evaporación lenta.

2. MOFs impurificados con iones lantánidos.

Los MOFs pueden definirse como materiales cristalinos compuestos por un ion metálico un ligando orgánico, por lo general el crecimiento de este tipo de materiales ocurre mediante el ensamblaje de lo que se conoce como una unidad inorgánica y unidades de construcción secundarias [17], la construcción de la estructura cristalina se propicia mediante una energía externa, lo cual permite que los dos tipos de unidades se ensamblen como si fuesen piezas de legos.

La síntesis de estos materiales se realizó mediante la técnica de rocío pirolítico ultrasónico. La Fig. 10 muestra las películas obtenidas mediante sustratos de vidrio.

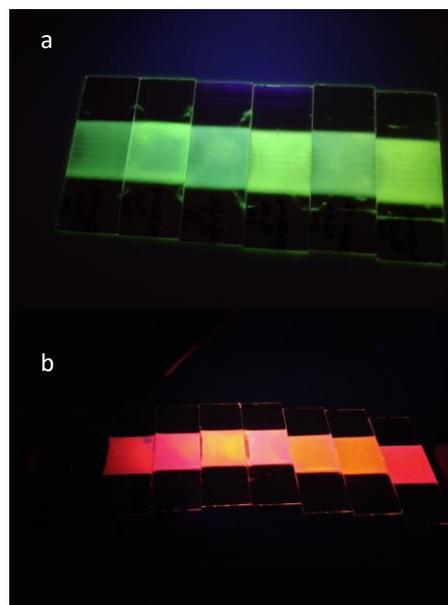


Fig. 10. Películas de MOFs luminiscentes sintetizadas por la técnica de rocío pirolítico ultrasónico impurificadas con a) terbio y b) europio.

3. Perovskitas luminiscentes libres de plomo

El perovskita es un término utilizado para definir materiales que cumplen con la siguiente estequiometría ABX_3 y que presentan la misma estructura cristalina que el titanato de calcio $CaTiO_3$. Los perovskitas basados en plomo presentan propiedades luminiscentes deseables, sin embargo, el riesgo a la salud que implica el plomo han limitado sus potenciales aplicaciones. [9]

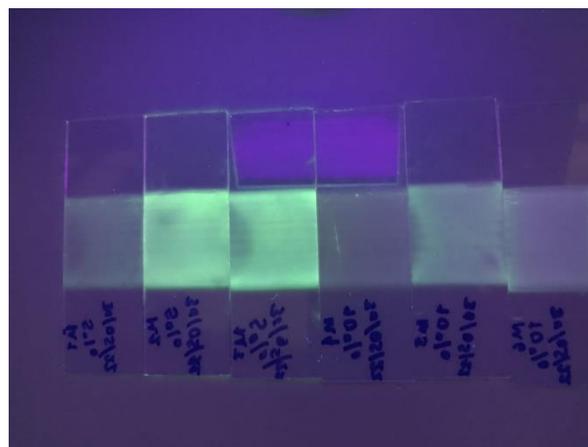


Fig. 11. Películas luminiscentes de perovskitas libres de plomo.

Las películas luminiscentes de perovskitas libres de plomo fueron sintetizadas en forma de películas mediante la técnica de rocío pirolítico ultrasónico, presentando emisiones luminiscentes en color verde, como se muestra en la Fig. 11.

V. CONCLUSIONES

Se proponen cinco técnicas para la síntesis de materiales como son: perovskitas, estructuras cristalinas metal-orgánicas y haluros de cobre con propiedades foto-luminiscentes y que presentan altas eficiencias cuánticas.

Las técnicas de evaporación lenta, cristalización por difusión y molienda mecánicas son las técnicas con menor costo y de menor tiempo de implementación.

Las técnicas de Spin-Coating y Rocío pirolítico ultrasónico requieren del diseño de prototipos lo que encarece el costo inicial de implementación, pero tienen la ventaja de fabricar materiales en forma de películas y recubrimientos.

REFERENCIAS

- [1] S. Gai, C. Li, P. Yang, y J. Lin, «Recent Progress in Rare Earth Micro/Nanocrystals: Soft Chemical Synthesis, Luminescent Properties, and Biomedical Applications», *Chem Rev*, vol. 114, n.o 4, pp. 2343-2389, dic. 2013, doi: 10.1021/cr4001594.
- [2] C. Sanchez, P. Belleville, M. Popall, y L. Nicole, «Applications of advanced hybrid organic-inorganic nanomaterials: from laboratory to market», *Chem Soc Rev*, vol. 40, n.o 2, p. 696, 2011, doi: 10.1039/c0cs00136h.
- [3] M. Safaei, M. M. Foroughi, N. Ebrahimpour, S. Jahani, A. Omid, y M. Khatami, «A review on metal-organic frameworks: Synthesis and applications», *TrAC - Trends in Analytical Chemistry*, vol. 118. Elsevier B.V., pp. 401-425, 1 de septiembre de 2019. doi: 10.1016/j.trac.2019.06.007.
- [4] W. Meng et al., «Synthesis of Efficient and Stable Tetrabutylammonium Copper Halides with Dual Emissions for Warm White Light-Emitting Diodes», *Chemistry - A European Journal*, vol. 29, n.o 10, feb. 2023, doi: 10.1002/chem.202202675.
- [5] Y. Li et al., «Organic-Inorganic Hybrid Alkali Copper Iodides for Bright Emission across the Visible Spectrum», *Chemistry of Materials*, vol. 35, n.o 3, pp. 1318-1324, feb. 2023, doi: 10.1021/acs.chemmater.2c03353.
- [6] D. O'grady y M. Toledo, «7 Crystallization Mechanisms Hiding Between Your Samples».
- [7] D. A. Gálico, C. M. Santos Calado, y M. Murugesu, «Lanthanide molecular cluster-aggregates as the next generation of optical materials», *Chem Sci*, vol. 14, n.o 22, pp. 5827-5841, 2023, doi: 10.1039/D3SC01088K.
- [8] Z. Wang y X. Huang, «Luminescent Organic-Inorganic Hybrid Metal Halides: An Emerging Class of Stimuli-Responsive Materials», *Chemistry - A European Journal*, vol. 28, n.o 37, jul. 2022, doi: 10.1002/chem.202200609.
- [9] A. G. Bispo-Jr, A. J. de Moraes, C. M. S. Calado, I. O. Mazali, y F. A. Sigoli, «Lanthanide-doped luminescent perovskites: A review of synthesis, properties, and applications», *J Lumin*, vol. 252, p. 119406, dic. 2022, doi: 10.1016/j.jlumin.2022.119406.
- [10] D. Yu, T. Yu, H. Lin, S. Zhuang, y D. Zhang, «Recent Advances in Luminescent Downconversion: New Materials, Techniques, and Applications in Solar Cells», *Adv Opt Mater*, vol. 10, n.o 12, p. 2200014, jun. 2022, doi: 10.1002/adom.202200014.
- [11] Jijin Li, *Crystal Growth Concepts, Mechanisms and Applications*, 1.a ed. Shanghai: Nova Science Publishers, 2017.
- [12] S. Millar, «Tips and Tricks for the Lab: Growing Crystals Part 3», *ChemViews*, 2012, doi: 10.1002/CHEMV.201200107.
- [13] J.-L. Do y T. Friščić, «Mechanochemistry: A Force of Synthesis», *ACS Cent Sci*, vol. 3, n.o 1, pp. 13-19, dic. 2016, doi: 10.1021/acscentsci.6b00277.
- [14] *Sol-Gel Technologies for Glass Producers and Users*. Springer US, 2004. doi: 10.1007/978-0-387-88953-5.
- [15] D. Perednis y L. J. Gauckler, «Thin Film Deposition Using Spray Pyrolysis», Springer Science + Business Media, Inc. Manufactured in The Netherlands, 2005.
- [16] L. Bezinge, R. M. Maceiczky, I. Lignos, M. V. Kovalenko, y A. J. deMello, «Pick a Color MARIA: Adaptive Sampling Enables the Rapid Identification of Complex Perovskite Nanocrystal Compositions with Defined Emission Characteristics», *ACS Applied Materials & Interfaces*, vol. 10, n.o 22, pp. 18869-18878, may 2018, doi: 10.1021/acsaami.8b03381.
- [17] A. Karmakar y J. Li, «Luminescent MOFs (LMOFs): recent advancement towards a greener WLED technology», *Chemical Communications*, vol. 58, n.o 77, pp. 10768-10788, 2022, doi: 10.1039/D2CC03330E.

ITTILA-UAM: colaboración en el desarrollo de baterías de ion litio con alta densidad energética

Laura Nadxieli Palacios Grijalva^{1*}, Gregorio Guzmán González², Anatolio Martínez Jiménez³

Resumen: Actualmente, la electromovilidad se ha propuesto como una de las rutas más eficientes hacia una transición energética que permita disminuir de forma efectiva la emisión de gases de efecto invernadero, aunado a esto el reciente hallazgo de yacimientos de litio en el norte del país, son factores que se han conjugado y derivado en el crecimiento del interés por desarrollar baterías de ion de litio, por parte de instituciones gubernamentales e iniciativas privadas. En este sentido el Instituto Tecnológico de Tlalnepantla (ITTILA) a través de la participación de sus estudiantes de licenciatura y posgrado de la Maestría en Ciencias en proyectos relacionados con la generación de nuevos materiales que pueden ser aplicables en la fabricación de dispositivos de almacenamiento de energía basados en ion de litio han permitido establecer una colaboración con investigadores de las unidades Azcapotzalco e Iztapalapa de la Universidad Autónoma Metropolitana (UAM). Los detalles de esta colaboración y un acercamiento a las etapas iniciales de esta iniciativa se comentan en esta nota de divulgación.

Palabras claves: Baterías de ion-litio, eficiencia energética, transición energética.

I. INTRODUCCIÓN

Desde la comercialización de la primera generación de baterías de iones litio (LIBs) a principio de los años noventa, este tipo de tecnologías a demostrado ser una de las más convenientes para almacenar y utilizar eficazmente la energía, por esta razón las LIBs se consideran el hito más importante en el desarrollo de las tecnologías de almacenamiento de energía electroquímica. Su versatilidad para ser utilizadas en dispositivos portátiles, vehículos eléctricos y sistemas de redes inteligentes de almacenamiento de energía ha generado el incremento de su demanda en el mercado. Las LIBs de nueva generación requieren el mejoramiento del rendimiento electroquímico, juzgado por métricas como la densidad de energía y la densidad de potencia, sin hacer de lado la seguridad durante su operación.¹

Recientemente se ha anunciado que todas las armadoras automotrices de México aumentarán la producción de nuevos diseños de motores eléctricos a fin de sustituir los de combustión interna. Se espera que para el año 2050 se haya

reducido la venta de vehículos que utilizan gasolina como combustible en un 93% debido a la producción de vehículos con baterías eléctricas, las cuales son consideradas como la tecnología de mayor potencial en el desarrollo de almacenamiento de energía para automóviles de nueva generación. Así el reto al que se enfrentan los investigadores es la fabricación de baterías más pequeñas y de larga duración, a la vez que se buscan alternativas para la adecuada explotación del litio mexicano. Lo anterior puede lograrse a través del desarrollo de nuevos materiales y procesos de transformación útiles en la fabricación de baterías de ion-litio de alta potencia y densidad energética.

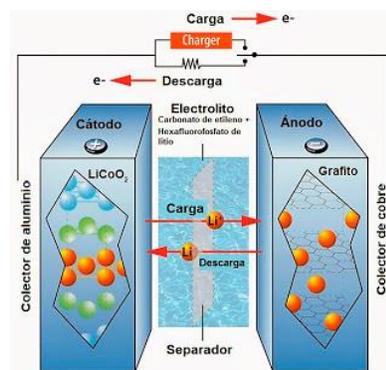


Fig. 1. Esquema General de una batería de ion-litio.

La principal estrategia para lograr LIBs con alta densidad energética ha sido la exploración de nuevos materiales activos para cátodos avanzados con gran capacidad específica y altos voltajes de operación (~5 V vs. Li⁺/Li⁰), algunos materiales catódicos han demostrado tener un buen funcionamiento, manteniendo estables sus estructuras durante los procesos de carga y descarga. Sin embargo, la eficiencia de estos materiales está limitada en gran medida por la velocidad del transporte de iones y electrones necesarios para las reacciones redox en los electrodos compuestos por materiales activos, aditivos conductores electrónicos y aglomerantes poliméricos. Por lo tanto, cada combinación de electrodos de ánodo-cátodo da lugar a la formulación de diferentes composiciones de electrodos y

Fecha de envío: (07/08/2023)

Fecha de aceptación: (25/08/2023)

¹ Instituto Tecnológico de Tlalnepantla-División de Estudios de Posgrado e Investigación, Edo. de México, Tlalnepantla, México.

² Universidad Autónoma Metropolitana-Unidad Iztapalapa, Departamento de Química, Grupo de Almacenamiento de Energía. CDMX, Iztapalapa.

³ Universidad Autónoma Metropolitana-Área de Física Atómica Molecular Aplicada, CDMX, Azcapotzalco.

laura.pg@tlalnepantla.tecnm.mx (*autora de correspondencia);
greg@xanum.uam.mx, amartinez@azc.uam.mx

El ITTLA agradece la colaboración que se está realizando con la UAM-A y la UAM-I en el desarrollo de componentes para las baterías de ion de litio. Los estudiantes Sergio Peñaflor Serrano No. 1277228 y Daniel García Martínez No. 1187253 agradecen al CONAHCYT por la beca otorgada para la realización de sus estudios de maestría.

electrolitos que buscan un efecto sinérgico entre todos sus componentes, ánodos, cátodos, y electrolitos.² Figura 1

II. DESARROLLO

La Dra. Palacios profesora de la División de Estudios de Posgrado e Investigación del (ITTTLA) y el Dr. Martínez del Área de Física Atómica Molecular Aplicada (UAM-A) trabajan desde 2013 en la fabricación de nuevos materiales de baja dimensionalidad a partir del uso de materiales accesibles como el típico grafito que se obtiene de un lápiz escolar. Este material luego de que se le realizan una serie de transformaciones químicas de oxidación y exfoliación permite obtener el óxido de grafeno (GO) figura 2, con el cual se han realizado diversas variaciones para desarrollar electrolitos sólidos y líquidos que puedan ser útiles en el desarrollo de las baterías de ion de litio.³



Fig. 2. Representación esquemática del Grafito al Óxido de Grafeno.

El Dr. Guzmán (UAM-I), quien desde 2013 ha trabajado en el desarrollo e implementación de materiales para la fabricación de baterías de ion de litio, enfatiza que hoy en día este tema de estudio tiene más auge sobre todo debido a las problemáticas y oportunidades que presenta el reciente interés por la explotación del litio en México. La producción científica del laboratorio en el cual colabora, son prueba de la experiencia de su grupo de trabajo en el desarrollando materiales y metodología para la fabricación de dispositivos de almacenamiento de energía utilizando electrolitos líquidos y sólidos. Así mismo, ha señalado la importancia del uso de materiales conductores en el mejoramiento del rendimiento electroquímico de las baterías de ion de litio.³ La incorporación del óxido de grafeno sintetizado y exfoliado por métodos químicos, desarrollados en ITTLA, dará a la institución un lugar dentro del grupo de desarrolladores nacionales de tecnología aplicada en los próximos años.

La colaboración entre ITTLA-UAM inició en el año 2013, cuando la Dra. Palacios (ITTTLA) y el Dr. Martínez (UAM-Azcapotzalco), comenzaron a trabajar activamente en la síntesis y caracterización de materiales para aplicaciones en degradación de colorantes en los mantos acuíferos con materiales luminiscentes contaminados con tierras raras y posteriormente incursionaron en el diseño de materiales de análogos del óxido de grafeno, proyectos en los que a la fecha se encuentran trabajando estudiantes de todos los grados académicos de ITTLA.

A inicios de este año el Dr. Guzmán impartió la conferencia “Consolidando la cadena de valor del litio en México: Materiales estratégicos para el desarrollo de baterías de ion litio

recargables con alta densidad energética” en las instalaciones del ITTLA, donde fue posible identificar diferentes nichos de oportunidad y vías de colaboración hacia el desarrollo y aplicación de materiales desarrollados en ITTLA, en la fabricación de dispositivos de almacenamiento de energía, específicamente baterías de ion de litio. Figura 3

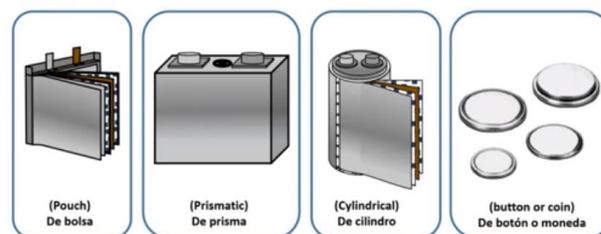


Fig. 3. Tipo de Empaque de baterías de Litio comerciales.

El proyecto “Síntesis de óxido de Grafeno, material del futuro con aplicaciones en nuevas tecnologías” desarrollado por el estudiante de maestría Luis Enrique Islas García, abriría la puerta para dar lugar al uso de estos materiales en su aplicación en la fabricación de baterías de ion de litio, de las cuales se espera obtener los primeros entregables a finales de este año 2023. El éxito de los resultados obtenidos en la etapa inicial de la colaboración ITTLA-UAM, atrajo rápidamente a la atención de otros estudiantes de posgrado en diferentes niveles como Daniel García Martínez y Sergio Peñaflores Serrano de nivel maestría y Abraham Fuentes Villagómez de nivel doctorado, quienes inician sus trabajos en la sintonización de las propiedades fisicoquímicas de materiales utilizables en la fabricación de baterías de ion litio, ánodos, cátodos y electrolitos respectivamente.

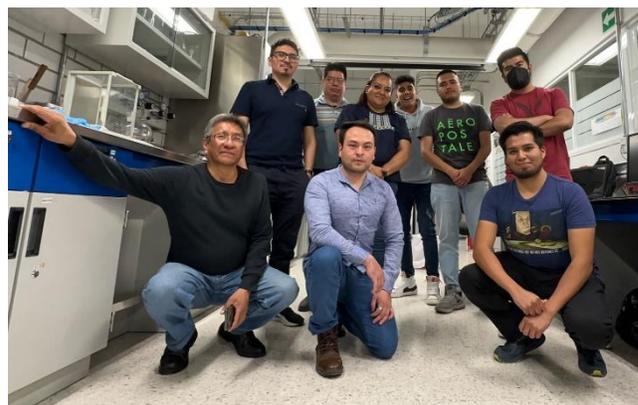


Fig. 4. Estudiantes de diferentes grados académicos desarrollando proyectos de colaboración ITTLA-UAM.

La participación de los estudiantes de licenciatura Alexis Hernández López y Adrián Absalón Solano Heredia, en proyectos relacionados con la síntesis y caracterización de materiales derivados del óxido de grafeno para concluir sus residencias profesionales, suman a seis estudiantes de ITTLA trabajando en proyectos relacionados con el desarrollo de baterías de ion litio, en la etapa inicial de esta colaboración ITTLA-UAM. Figura 4.

Actualmente, la Dra. Palacios, el Dr. Guzmán y el Dr. Martínez, se encuentran trabajando en la formalización del convenio de

colaboración ITTLA-UAM, mediante el cual se pretende facilitar el tránsito de estudiantes entre las dos instituciones, lo cual permitirá una mejor vinculación científica entorno al diseño, síntesis, caracterización y aplicación materiales enfocado al desarrollo de dispositivos de almacenamiento de energía, que permitan facilitar la transición energética nacional.

REFERENCIAS

- [1] Albertus, P., Babinec, S., Litzelman, S. & Newman, A. Status and challenges in enabling the lithium metal electrode for high-energy and low-cost rechargeable batteries. *Nat Energy* 3, 16–21 (2018).
- [2] Si, Y., & Samulski, E. T. (2008). Synthesis of water soluble graphene. *Nano Letters*, 8(6), 1679-1682. doi:10.1021/nl080604h
- [3] L.F. Cepeda, J. F. Oyervides, L.R.Martines, A.S. Galindo, L.I.L.López, "Grafeno el material del futuro, Síntesis y propiedades." Ed:Ciencia 2017



Laura Nadxieli Palacios Grijalva. Nació en la Ciudad de México, realizó sus estudios en Ingeniería Química, maestría y doctorado en Ciencias e Ingeniería de Materiales por la UAM-A. En el Doctorado obtuvo medalla al mérito universitario por su desempeño académico, realizó una estancia en la Universidad de

Laurentianne en Sudbury-Cánada desarrollando nanoalambres para la empresa Penguin Automated System. Actualmente pertenece a la línea de Diseño de Materiales en Ingeniería Sustentable del Posgrado en Ciencias de la Ingeniería de la División de Estudios de Posgrado e Investigación donde sus temáticas de trabajo son desarrollo de nuevos materiales para aplicaciones en degradación de colorantes a partir de reacciones foto-catalíticas, inhibidores de corrosión, celdas solares orgánicas y desarrollo de componentes de las baterías de litio a partir de materiales carbonosos.



Gregorio Guzmán González. Nació en Ciudad de México, su profesión es Ingeniero Químico, Maestro en Ciencias y Dr. en Ingeniería por UAM Iztapalapa, realizó un posdoctorado en el Basque Center for Macromolecular Design Engineering. University of the Basque Country trabajando en el desarrollo de materiales poliméricos y sales orgánicas

para la preparación de electrolitos sólidos líquidos y sólidos. Su línea de investigación en la cual se enfoca está orientada al diseño integral de materiales con aplicación en la preparación de electrodos y electrolitos para dispositivos de almacenamiento de energía y el desarrollo de metodologías de ensamble para su incorporación en dispositivos con aplicaciones reales en los problemas en las áreas de prioridad nacional.



Anatolio Martínez Jiménez. Nació en Rinconada, Veracruz, ingeniero físico con maestría y doctorado en el área de Ciencia e Ingeniería de Materiales por la Universidad Autónoma Metropolitana (UAM). Es miembro del área de Física Atómica Molecular Aplicada (FAMA) del Departamento de Ciencias Básicas de la UAM unidad Azcapotzalco y es

responsable del laboratorio de Microscopía de Fuerza Atómica y Tunelamiento. Sus temas de investigación los ha enfocados a la síntesis, caracterización y evaluación de materiales de dimensiones reducidas, con aplicaciones en la producción de luz, degradación de contaminantes, inhibición de corrosión y producción de celdas solares híbridas.



ReinvenTec

Revista de Ciencia y Tecnología del ITTLA

Importancia de la formación matemática de los futuros ingenieros: retos e implicaciones hacia una nueva reforma en el cambio del currículo escolar

Alan Arturo Flores Cambrón¹

Resumen: Este artículo de divulgación, tiene como finalidad manifestar al lector, en que no basta con saber manipular los objetos matemáticos que son enseñados en una clase de Matemáticas. Es necesario propiciar de manera homogénea una Construcción del Conocimiento Matemático basado en una epistemología de uso por medio de prácticas que entrelacen los contenidos matemáticos con el sector laboral, para ello, este escrito muestra a través de sus secciones cómo la Enseñanza de las Matemáticas en Ingeniería es parte de una problemática que conlleva a repensar los contenidos que son enseñados a través del currículo escolar.

Palabras claves: Currículo Escolar, Educación Matemática en la Ingeniería, Formación Matemática del Futuro Ingeniero, Modelación Matemática.

I. INTRODUCCIÓN

El presente artículo pretende mostrar al público lector interesado y en general, en que se reconozca la importancia, pertinencia y quehacer de la Educación Matemática como *disciplina científica* dentro del campo de la Ingeniería; específicamente se abordará una crítica a la manera en que se enseñan las Matemáticas en los primeros cursos de Formación del Futuro Ingeniero, se vislumbra como objetivo final poder sensibilizar al lector interesado el poder generar una reflexión sobre los posibles cambios plausibles y aquellas nuevas directrices que deben considerarse en la Enseñanza de las Matemáticas en la Ingeniería hacia el futuro.

Si bien, la Enseñanza de las Matemáticas en todos los niveles educativos, ha sido un tema que en los últimos años ha recobrado mayor importancia e interés de manera creciente en la investigación dentro de la Educación Matemática; la inquietud de ¿qué Matemáticas necesita saber un Futuro Ingeniero?, pone en manifiesto ser una problemática que debe ser abordada a través de varias aristas, las cuales permitirán enfrentar a esta encrucijada del Nivel Superior.

Es por ello, que desde hace varias décadas la acción de la Educación Matemática que incide en la Ingeniería es que ha advertido como uno de sus principales focos de atención a los altos índices de reprobación en los primeros cursos de Matemáticas, y que incluso, hasta hoy día se ha convertido en uno de sus retos de mayor importancia no solo por buscar y encontrar soluciones inmediatas, sino también por tratar de

aminorar el abandono que se vive por parte de los estudiantes en los primeros semestres de formación.

Lo anterior da cabida para poder situar las raíces de dicha problemática; pero, para ello se comenzará haciendo un reconocimiento a la práctica docente y al rol del estudiante dentro del aula; el puente formado por ambas partes, permite concebir la manera en que la Enseñanza de las Matemáticas ha seguido su cauce hasta hoy día, es decir, *se presupone* que existe un discurso frente al aula en una pizarra por parte del docente de un tema o concepto y el alumno funge como receptor de esa información.

Esta manera de *enseñanza tradicionalista de las Matemáticas* con el tiempo ha tenido *ajustes* debido a los avances acelerados de las nuevas tecnologías y medios de comunicación, así como las *competencias* en cuanto a los modos de enseñanza (estos son solo algunos contextos que influyen en el cambio del modo de enseñanza), lo cual permite aventajar para bien la Construcción del Conocimiento Matemático (CCM) por parte del estudiante, sin embargo, los tropiezos y dificultades que se viven dentro del aula se convierten en un escenario ideal para *repensar* qué Matemáticas necesita saber el Futuro Ingeniero.

Así, los esfuerzos que hace el docente en cuanto a la enseñanza de un tema o concepto matemático, lo posicionan frente a un sinnúmero de obstáculos que deberá afrontar y enfrentar para así poder incentivar un Aprendizaje Matemático (AM) en el estudiante, cabe resaltar e insistir que, para enseñar Matemáticas, se requiere más allá de la formación profesional del docente, es decir, no basta solo con saberlas, sino que también debe poner en juego aquellas destrezas didácticas y pedagógicas dentro del aula de clases.

El escenario antes descrito como parte de la problemática: la *enseñanza tradicionalista de las Matemáticas*, es necesario sumarlo ante un *escenario de investigación*, el cual permite concebir los procesos de evolución de Enseñanza de las Matemáticas en la Ingeniería a lo largo del tiempo por parte de la comunidad de la Educación Superior, esto no es sino para *confrontar* con aquellos retos que se deben enfrentar y superar en conjunto con lo que se sigue viviendo dentro del aula de Matemáticas.

Más aún, la pregunta inicial generada, ¿qué Matemáticas

debe saber un Futuro Ingeniero?, puede conllevar a poder forjar un debate de respuestas entre diversos especialistas de la Enseñanza de las Matemáticas en la Ingeniería, quizá unas más directas que otras, pero al final, todas o en su mayoría pudiéndose encontrar en un punto de equilibrio, el cual permite producir el espectro del *porqué* el Ingeniero en Formación necesita poseer un Conocimiento Matemático (CM) *especializado*, es decir, este debe ser forjado de acuerdo al *lugar de trabajo* en donde se vaya a desenvolver como profesionalista.

Lo comentado en esta Introducción, intenta crear al lector un abanico sobre las múltiples dificultades a las cuales el docente de Matemáticas en Ingeniería se enfrenta día a día y encuentra como reto dilucidar con el mejor de los ánimos la manera en cómo debe dar pie a un AM el cual constituya y sea un engranaje para la CCM del Futuro Ingeniero, a su vez, sin escatimar el rol del estudiante con los desafíos y obstáculos que este deberá asumir durante su proceso formativo.

Para ello, en la siguiente sección, se expone el *valor de la investigación* en la Enseñanza de las Matemáticas en la Ingeniería, mismo que tiene como finalidad “esclarecer” el *porqué* es necesario *estrechar* las Matemáticas Universitarias con el sector laboral, lo anterior se posiciona ante un carácter con miras hacia un cambio educativo, debido a las necesidades y exigencias que el lugar de trabajo demanda hacia los egresados de una Universidad.

II. ANTECEDENTES HISTÓRICOS DE INVESTIGACIÓN:

RECONOCIMIENTO DE UNA NUEVA MANERA Y NECESIDAD DE ENSEÑAR MATEMÁTICAS EN INGENIERÍA

Sin afán de pormenorizar esta sección como un pasaje histórico al lector, ni la evolución a través de la historia la Enseñanza de las Matemáticas en la Ingeniería, *se reconoce a la Ingeniería como disciplina científica* como se menciona en [1], la cual surge en el Siglo XVIII y que en conjunto con la formación de la *École Polytechnique* basada en el contexto de la Revolución Francesa en 1794 *se termina de consolidar tal y como la conocemos hoy* hasta mediados del Siglo XIX.

La manera en que esta disciplina científica fue recobrando importancia, fue a partir del escenario sociocultural que atravesaba en aquella época, junto con las exigencias que aquejaban a la sociedad.

Asimismo, el entorno geográfico se convierte en la cuna de esta disciplina aunado al contexto histórico; y es precisamente con la creación de esta escuela formadora de Ingenieros, que, como sostiene Farfán (2012) la *Matematización de la Ingeniería* vino a resolver problemas propios que se consideraban inmersos dentro de la Matemática de ese entonces, como la Mecánica, Física, Hidrodinámica, e incluso la artillería y navegación.

Es por ello que se intenta crear una sensibilización interna hacia el lector sobre cómo la Matemática de esos años se enseñaba, pensar si la Teoría Matemática (teorema-demostración), la práctica matemática (entiéndase a esta como la ejecución de procedimientos matemáticos para resolver un determinado problema) o combinación de ambas les era funcional e ideal para la Formación de Ingenieros del Siglo XIX.

Por lo que, sin adentrar en tales modos de enseñanza *se resalta* que fueron más de dos siglos entre disputas y debates que emergieron sobre qué tipo de Matemáticas debían enseñarse a los Futuros Ingenieros; no fue sino hasta que este interés recayó en instituciones internacionales preocupadas por los retos en la Enseñanza de las Matemáticas en Ingeniería, tal es el caso del ICMI (International Commission on Mathematical Instruction) en donde se trataron aspectos sobre qué Matemáticas necesitarían los Ingenieros en formación.

Lo anterior quedó asentado en el estudio ICMI 3, Volumen 3: *Mathematics as a service subject* (Matemáticas como Materia de Servicio) celebrado en Estrasburgo en marzo de 1985, como un documento de discusión, el cual fue publicado hasta 1988 y editado por Howson, Kahane, Laugine y de Turckheim, el cual está organizado por etapas, todas enmarcadas en la propia Enseñanza de las Matemáticas como Materia de Servicio.

Howson et al. (1988), resaltan que el mismo progreso matemático y el resurgimiento de algunos temas bajo influencia de la computadora, *obligan a modificar los programas de estudio*, reportando qué tópicos de las Matemáticas en las Universidades le serán inherentes para formar a los Futuros Ingenieros, sin soslayar la esencia conceptual a futuro que estos pueden verse reflejados en cursos posteriores.

Tras esto, los editores, exponen por primera vez estos intereses de toda una comunidad científica en el mundo, señalando que todas las disciplinas científicas, así como los negocios y profesiones actuales, *exigen cierto conocimiento y comprensión matemática*, y, derivado de ello, es que emergen diferentes problemáticas para su enseñanza, que van desde la naturaleza de la disciplina que emplea las Matemáticas, el lenguaje de quien las enseña y la manera en que estas se usan.

El caso del Ingeniero en el contexto laboral, en todas sus ramas, es que este *deberá estar preparado profesionalmente* para: construir modelos, probarlos y validarlos, pero, para esto, como estudiante, es decir, durante su *formación* es que se le deben enseñar las Matemáticas como un *medio* para un *fin* y *no* como una disciplina intelectual en sí misma.

Ya que así le permitirá adquirir el lenguaje de su disciplina y adaptarlo a su entorno laboral (rol del Ingeniero), el cual le coadyuvará a poder transmitir sus resultados de una cierta problemática a un lenguaje que le sea fácil de comunicarlo y que el usuario final pueda interpretarlo. Lo antes dicho puede esbozarse mediante la **Fig. 1.** donde se puede apreciar bajo un escenario *ideal* la manera en que el rol del Ingeniero *funge* en su contexto laboral, y aunque en la práctica, la realidad puede ser otra, es decir, puede no tener un comportamiento “lineal” como el que se mostró en la **Fig. 1.**, se hace hincapié en la necesidad de la Formación Matemática del Futuro Ingeniero pues es quien tomará decisiones y por ende las implementará dando una solución a una determinada problemática.

Por ende, durante su proceso formativo es necesario darle un *enfoque utilitario* (uso) a las Matemáticas, cuestionando así el rol del docente porque como sostienen Howson et al. (1988) es imperante que los conceptos matemáticos sean enseñados propiamente por docentes de la disciplina principal, ya que son conscientes de las necesidades, a su vez son quienes podrán

introducir las ideas matemáticas a través del uso uniforme del lenguaje y simbolismo, sin violentar la Enseñanza de las Matemáticas en la Ingeniería dotadas de teoría y perder la esencia de la práctica, sino que sea una *balanza* donde se pueda enseñar la construcción de definiciones y se usen para dar solución a problemas.

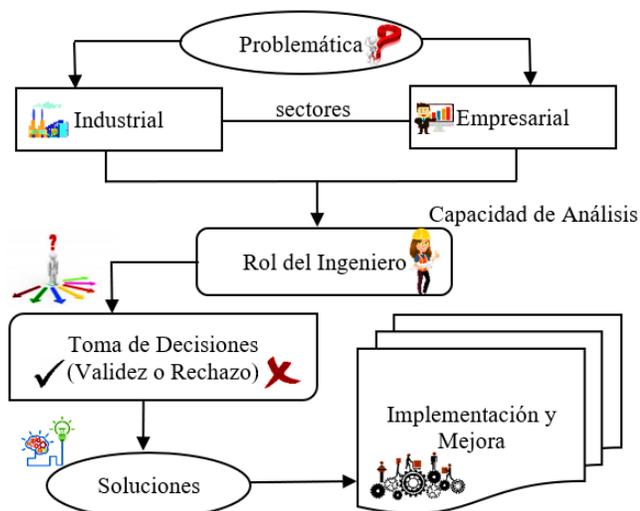


Fig. 1. Rol del Ingeniero. **Fuente:** Elaboración Propia.

Estos aspectos reflexivos que da Howson et al. (1988) como parteaguas para el cambio sobre la Enseñanza de las Matemáticas en la Ingeniería se suma el que brinda Pollak (1988), donde el autor destaca que no debe concebirse a las Matemáticas como una disciplina de rigor en la enseñanza, sino más bien como una herramienta que potencializa la resolución de problemas, por ello, a juicio de este autor es que los empleadores esperan de los futuros empleados (Futuros Ingenieros) planteen correctamente un problema y, por ende, una buena respuesta por medio de la gran variedad de procesos emanados por su pensamiento matemático.

Lo que se comenta bajo la postura de Howson et al. (1988) y Pollak (1988) respectivamente, es que la Formación Matemática del Futuro Ingeniero debe vislumbrarse siempre hacia su lugar de trabajo, el cual no debe restringirse por hacer uso de un solo pensamiento, sino que de manera plural opte por generar información valiosa que al momento de unificarla conlleve a dar una solución a un problema real, para lograr esto, se debe *crear un puente entre la teoría y lo que se puede aplicar*, extrapolando así a *modelar matemáticamente* un fenómeno, el cual estará constituido por un número considerable de variables que lo describan.

Entonces, el pensar, que la Formación Matemática del Futuro Ingeniero, debe estar centrada en habilidades y aptitudes mismas que deberán estar regidas por un *pensamiento matemático* el cual será el incipiente fundamental en el *lugar de trabajo* del Futuro Ingeniero.

Por consiguiente, que la *vía* que pueda generar ese cambio es el *repensar* qué es lo que se está enseñando dentro de las aulas, ya que la Matemática Escolar (ME) debe dotar al Futuro Ingeniero de las herramientas conceptuales para así hacer *uso* de ellas en la solución de problemas, sin embargo, como

menciona el autor Flores-Cambrón (2021), se sigue dotando al estudiante de un dominio algebraico que lo conlleva a desarrollar habilidades memorísticas sin que le coadyuven a apropiarse de un aprendizaje significativo.

Así, estos panoramas de investigación con base en Howson et al. (1988) y Pollak (1988) son los que siembran y marcan los inicios a un nuevo paradigma hacia el futuro en la Enseñanza de las Matemáticas en la Ingeniería.

Hoy día, la manera en que se sigue enseñando, uno de los actores principales es el docente, quien deberá *reformular* su práctica de enseñanza entorno a los *objetos matemáticos*, para ello, su *formación* como se mencionó en la Introducción, *no termina por serlo todo para poder enseñar* un curso de Matemáticas en Ingeniería, pero, ¿por qué?, para emitir una respuesta, es que este, debe *concebir la epistemología de los objetos matemáticos*, ya que sino, solo se le estará enseñando al estudiante a mecanizar, *soslayando su uso* para el propio curso, y los posteriores que estén vinculados dentro del currículo escolar y por ende al contexto laboral.

Para entender mejor el párrafo anterior, supongamos que se desea enseñar el concepto de derivada a estudiantes de Ingeniería Mecánica; para ello, el docente, como profesional de la Enseñanza de las Matemáticas, debe emplear el lenguaje y discurso matemático apropiado hacia los estudiantes, es decir, debe cimentar y forjar el *uso* de este concepto, creando un puente entre lo *algebraico* (que es el escenario más predominante en la enseñanza del concepto) y lo *epistemológico* (entender su significado incluso desde su evolución histórica-matemática).

Es por ello entonces que el docente al involucrar su perfil profesional, en la medida de lo posible deberá buscar escenarios que sean atractivos en los que él sabe que el concepto de derivada emerge; esto permite ser parte de la generación de Conocimiento Matemático del Futuro Ingeniero.

Al proceder con lo anterior, y centrado el objetivo de enseñar el concepto de derivada a estudiantes de Ingeniería Mecánica, que atraviesan por su primer curso de Cálculo, imaginemos que se desea *únicamente* enseñar este concepto empleando únicamente recursos gráficos, es decir, mediante la *gráfica de la función*, para ello, también se considera el uso de GeoGebra (Software Libre de Geometría Dinámica) como *recurso didáctico tecnológico* para su enseñanza.

Para ello, consideramos un conjunto de cinco puntos $\{(-2.31, 3.48), (-2, 4), (-1.48, 4.51), (0.03, 2.32), (0.95, 3.76)\}$ todos arbitrarios, los cuales son $\{A, B, C, D, E\}$ respectivamente, y que, al unirlos, se forma una *curva*, la cual, es una función de grado 3, que denotamos como $f(x)$; tal y como se muestra en la **Fig. 2**.

Ahora bien, la pregunta crucial de partida, es ¿cuál es el escenario idóneo para la comprensión de este objeto matemático?; para responder este cuestionamiento, deberán salir a relucir las estrategias didácticas del docente, el cual, deberá proponer *ante* los escenarios *posibles* para el cálculo de $f'(x)$.

Los escenarios que comúnmente se plantean dentro de la Matemática Escolar son tres: el *algebraico*, el *geométrico* y el

físico. El primero de ellos, está vinculado en que se *entienda* a la derivada de la función como el resultado de un límite (el empleo de fórmulas para el cálculo de una derivada proviene de haber calculado el límite), el cual representa la pendiente de la recta tangente en un punto, siendo este el segundo escenario, mientras que el tercero alude a la velocidad instantánea.

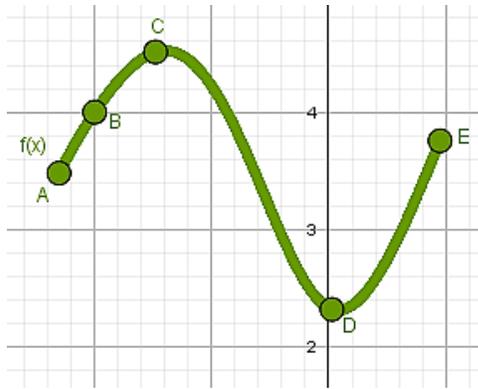


Fig. 2. Función $f(x)$.
Fuente: Elaboración propia.

Dado que para el ejemplo que se muestra en la Fig. 2., únicamente se ha advertido que $f(x)$ es una función de grado 3, escolarmente, el estudiante podrá verificar por medio de derivación algebraica, la derivada $f'(x)$, es una función de grado dos. El escenario inmediato que se ha resuelto la derivada es el algebraico, para ello el estudiante debe identificar posteriormente la gráfica de la derivada la cual es un lugar geométrico llamado: parábola.

Lo mostrado antes dicho, es el *escenario ideal de aprendizaje* por parte del estudiante, es decir, supo derivar $f(x)$ (función cúbica) e identifica que la gráfica de $f'(x)$ es una parábola. Ahora bien, se reconoce que la práctica docente es crucial para la apropiación del Aprendizaje Matemático en conocimiento, por ello, el docente, *debe buscar* la forma y propiciar enseñar el concepto de derivada.

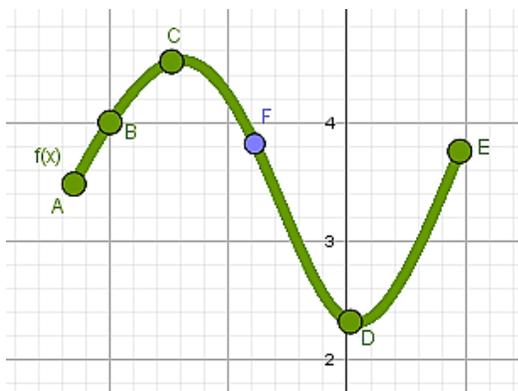


Fig. 3. Punto F donde la hormiga ha llegado.
Fuente: Elaboración propia.

Supongamos entonces, que el docente plantea la enseñanza de la derivada con base en la Fig. 2., al comenzar a verter su diálogo diciendo que una hormiga tiene que recorrer la

trayectoria que describe $f(x)$, advirtiéndole al estudiante que la curva, está conformada por una infinidad de puntos, algunos de ellos son el conjunto $\{A, B, C, D, E\}$, considerando al punto F como un punto al que la hormiga ha llegado, vea la Fig. 3.

El docente señala que, en cada punto de la curva, pasa *una y solo una recta tangente*, observe la Fig. 4., donde únicamente se ha tomado un “trozo” de esa recta tangente denotado por el segmento $g = \overline{GH}$ que pasa por el punto F .

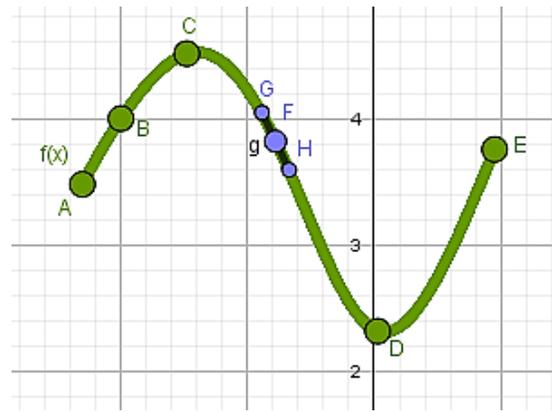


Fig. 4. Segmento $g = \overline{GH}$ que denota la tangente al punto F .
Fuente: Elaboración propia.

Imagine que el segmento de recta g sigue su cauce una vez que el punto F (que representa la posición de la hormiga) se mueva, por lo tanto, se van a describir infinitas pendientes asociadas al segmento, la Fig. 5., muestra como ejemplo la pendiente del segmento g es negativa, mientras que la gráfica de abajo, g posee pendiente positiva en el punto $(0.39, 2.57)$.

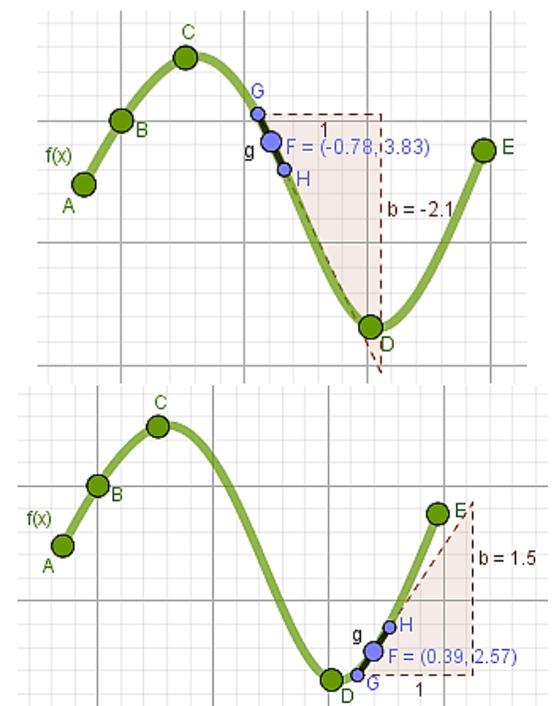


Fig. 5. Ejemplo de pendiente negativa y positiva respectivamente. Fuente: Elaboración propia.

Hasta este punto del escrito, se quiere sensibilizar al lector con este ejemplo en la parte visual, es decir, que evoque en su mente (imagine) que el punto F cuando se mueve, el segmento g también lo hace, por lo que en conjunto el rastro que describen lo hacen con infinitas pendientes (inclinaciones) mismas que se construyen a lo largo de toda la trayectoria de la función $f(x)$.

Estas pendientes infinitas, describen una trayectoria dependiente del rastro de la función $f(x)$ al momento de variar el punto F por toda la curva, por lo que entonces este “rastro” constituye a un “lugar geométrico” que se llama *derivada*, vea la **Fig. 6.**, para construir tal lugar geométrico, se comienza a crear un punto, cuyas coordenadas serán, en x el desplazamiento en x del punto F , mientras que la ordenada (y) será la pendiente del segmento g .

Al continuar con describir el párrafo anterior de mejor manera con el único propósito de que se confía que el lector eche a andar su imaginación, al imaginar entonces toda la descripción antes hecha; es decir, el escenario ante el cual queremos mostrar *enseñar* el concepto de *derivada* con el único recurso didáctico, GeoGebra como software libre sin el empleo de alguna fórmula para el cálculo de $f'(x)$.

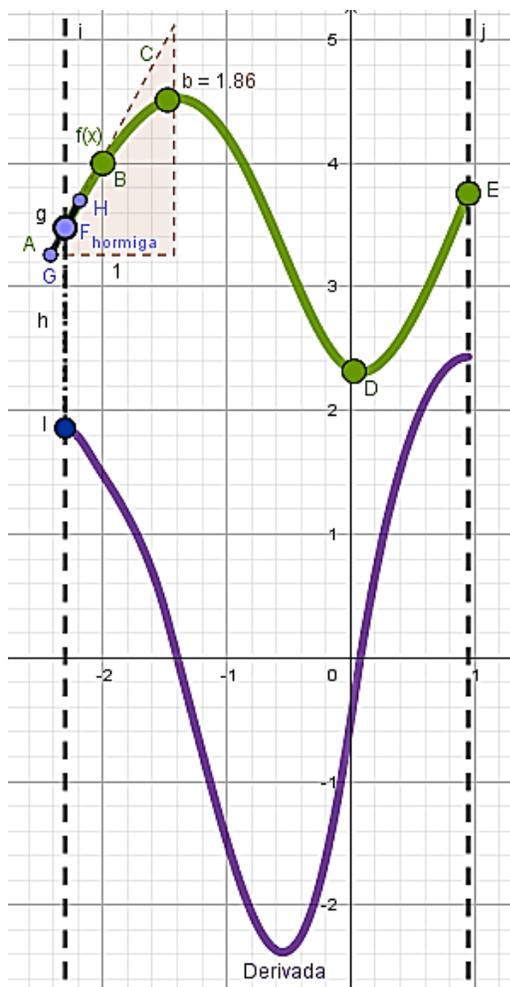


Fig. 6. La función $f(x)$ (verde) con su curva derivada $f'(x)$ (morada). **Fuente:** Elaboración propia.

Así, el docente, con base en su discurso, sobre el cual plantea la manera de enseñar el concepto matemático, al imaginar que una hormiga se encuentra en el punto F , partiendo del punto A (aquí el punto A y F serán iguales, al igual que el punto E y F una vez que haya acabado su trayectoria la hormiga) hasta el punto F .

Al momento que el punto F comienza a variar a lo largo de la función $f(x)$, el punto dejará una “trayectoria descrita” misma que es un lugar geométrico como el conjunto de puntos cuyas abscisas serán el desplazamiento que haga la hormiga y las ordenadas las pendientes a lo largo de su camino.

Esta sensibilización entorno a la enseñanza del objeto matemático: *la derivada*, puede ser lograda una vez que el docente ponga en juego sus destrezas epistemológicas que involucren la construcción del objeto matemático, por ello, como puede verse en este ejemplo, el manejo de un recurso didáctico tecnológico, que es de libre uso, le confiere dar un valor agregado a la generación del Aprendizaje Matemático hacia el estudiante.

Como se planteó, la función $f(x)$ es una función polinomial de grado 3, por lo que su derivada es una función polinomial de grado 2, es decir, geoméricamente es una parábola, entonces, con base en la **Fig. 6.**, puede comprobarse que la construcción de tal lugar geométrico corresponde a la derivada, sin la necesidad de haber empleado alguna fórmula su cálculo. Así, esta evidencia geométrica de *enseñanza* de dicho concepto, es un escenario fácil y sencillo que puede adaptarse en la Matemática Escolar que envuelve a $f'(x)$.

El ejemplo anterior mostrado es propiamente para concientizar que más allá de plantear en una clase de Matemáticas el empleo y manipulación de fórmulas como lo que se ve en las Ciencias Básicas (Tronco Común) para la obtención de $f'(x)$, el docente conlleve a poder vincular y extrapolar tal concepto (objeto matemático) a otras áreas de conocimiento, como por ejemplo el que es propio de Ciencias de la Ingeniería.

Bajo este sentido, un curso que está inmerso en el currículo de Ingeniería Mecánica, es la Mecánica Clásica (incluye Dinámica y Estática) o bien la Dinámica (como un área de la Mecánica Clásica), donde el concepto de *derivada* es *referido* como la *velocidad de un objeto*, esto, concibe la transversalidad de la epistemología de este concepto, donde ya no únicamente en un curso de Cálculo se enseña como un límite, o como la pendiente de la recta tangente, sino como la *velocidad* que sufre un cuerpo, partícula u objeto.

Por tanto, la versatilidad de *enseñanza* por parte del docente mediante el planteamiento de escenarios que son destinados para la apropiación de significados de los conceptos matemáticos, pueden ser una oportunidad para *redefinir* su práctica docente.

Más aún, debido a que el caso de *la derivada*, es uno de muchos, de los *objetos matemáticos* que están presentes en el currículo del Futuro Ingeniero, ya sea en los cursos del Ciencias Básicas (Tronco Común), cursos de Ciencias de la Ingeniería, o bien cursos de Ingeniería Aplicada; esto puede comprenderse mejor en la **Fig. 7.**, que se muestra a continuación, en donde se considera la presencia de este concepto en el currículo de

Ingeniería Mecánica, y se ve la relación tan estrecha de la *evolución epistemológica* que el mismo docente debería propiciar alrededor de *la derivada*:

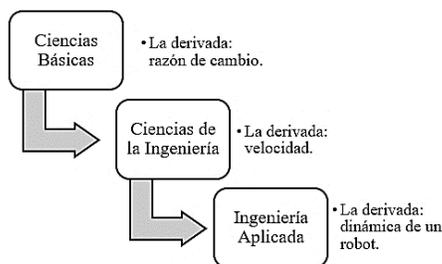


Fig. 7. Organización curricular del objeto matemático *la derivada*. **Fuente:** Elaboración Propia.

En tanto así, este ejemplo que envuelve al concepto de *la derivada* muestra una forma sencilla en que puede propiciarse y darse la CCM a raíz de provocar procesos de enseñanza entorno al objeto matemático.

Si se conjugan ideas o nociones previas, es posible vincularlas a la construcción de un concepto matemático una vez que se conozca su epistemología; por ende, este concepto a lo largo de la trayectoria académica del Futuro Ingeniero, muestra que su evolución epistemológica es transversal a su currículo escolar, donde el propio docente debe traer consigo en sus modos de enseñanza, prácticas o actividades que permitan modelarlo matemáticamente a través de un fenómeno o problema.

Como se aprecia en la **Fig. 7.**, la *organización curricular* permite visualizar la *disposición transversal* de dicho *objeto matemático* (es decir, que está en cursos posteriores), por ello, entender estas necesidades se convierten en un requisito que es concerniente considerar sobre qué Matemáticas necesita saber un Futuro Ingeniero, no solo durante su formación, sino para el lugar de trabajo en el que se desenvuelva.

Para ello, Damlamian et al. (2009) sostienen que una de las bases es el adaptar el plan de estudios (currículo) con base en los requisitos que emana la Industria (entiéndase como lugar de trabajo) para el Futuro Ingeniero, así como en la *correcta* vinculación de las Matemáticas a la misma; incluso esta investigación considera, la necesidad de *formar a los docentes* en nuevos contenidos matemáticos a través de la pedagogía y evaluación, misma formación que debería estar centrada a partir de contextos reales.

La siguiente sección, se detallarán algunas investigaciones pertinentes que abren puerta a la evidencia y postura sobre la necesidad antes ya explicitada: *reformular el currículo de Ingeniería basado en prácticas matemáticas* (donde sean dirigidas e involucradas hacia el lugar de trabajo) y *actividades* propiciadoras que involucren la *epistemología* del *objeto matemático*, a través de la práctica docente.

III. NECESIDADES DE REFORMA EN EL CURRÍCULO ESCOLAR EN LA INGENIERÍA A TRAVÉS DE PRÁCTICAS QUE INCIDAN EN EL SECTOR LABORAL

Como plantea Grimson (2002), tradicionalmente la enseñanza de la Ingeniería se ha centrado en la vertiente

científica y los estudiantes han recibido una sólida formación de principios científicos y matemáticos de la disciplina, *empero*, existen aún limitaciones en la resolución de problemas en el contexto real, lo cual debe ser propicio un cambio en los planes de estudio (currículos) con nuevos enfoques, los cuales deben estar enmarcados para poder entrelazar los contenidos matemáticos, con el objetivo de encaminar estos conocimientos en su *uso* para el lugar de trabajo.

En esta misma dirección, investigaciones (Fuller, 2002; Case et al., 2005; Engelbrecht et al., 2017) muestran que los Planes de Estudio ocupan un lugar destacado en las discusiones y debates sobre la Formación de Ingenieros de todo el mundo, independientemente del lugar de residencia ya que se considera una prioridad nacional.

Los autores antes citados destacan que esta prioridad es enmarcada en términos del progreso económico, donde se debe promover la capacidad de resolver problemas sosteniendo un compromiso con las tecnologías de la información, gestión de la comunicación y habilidades de trabajo en equipo, así como con el tipo de conocimiento matemático que deben adquirir durante su formación.

En esta misma sintonía; Hallberg y Ölvander (2021) afirman que los tiempos de rápida transformación de la sociedad en general y específicamente de la tecnología, se debe plantear la cuestión de cómo organizar eficazmente la enseñanza de la Ingeniería; tras esto, confiamos en que la Formación Matemática del Futuro Ingeniero, permite tener un compromiso social, donde se disponga vincular los contenidos que se ven en una clase de Matemáticas con los problemas que son abordados en el sector laboral (lugar de trabajo).

Como se aprecia, si existen investigaciones que externan la necesidad de reformular el currículo, alrededor del mundo siendo de una preocupación latente, por ello, desde el punto de vista de Kolmos et al. (2016) (con base en King (2008), National Academy of Engineering (2004), Nigel Spinks et al. (2006) y Sheppard et al. (2008)), declaran que varias organizaciones ya han publicado informes en donde reclaman un cambio sistémico en la Enseñanza de la Ingeniería, donde se haga hincapié en la empleabilidad, aprendizaje de habilidades, el espíritu empresarial y la innovación.

Lo anterior, permite entonces dar a conocer al lector, que estos cambios de reforma hacia el currículo escolar en Ingeniería, deben comenzar a propiciarse dentro de las aulas, es decir, como se vio en el ejemplo de la Sección II, el docente puede propiciar generar un Aprendizaje Matemático hacia el estudiante, mismo que se confía que lo pueda utilizar en sus cursos posteriores, pero, esto se da, siempre y cuando el docente se involucre tanto en la epistemología que envuelve al concepto u objeto matemático.

A su vez, como se vio a lo largo del desarrollo del ejemplo, el empleo de las nuevas tecnologías, pueden ser un generador de mejora hacia la práctica del docente, considerando su vital importancia e implementación en este tipo de objetos matemáticos.

Esta *epistemología* podrá relucir, a partir como enfatizan Pepin et al. (2021), quienes argumentan que deberá haber y coexistir una conceptualización de las necesidades matemáticas

de los Futuros Ingenieros en términos de *niveles de contenido* y en *términos de competencia* tal y como lo proporciona la Asociación Europea de Educación en Ingeniería.

En tal Asociación, y desde el punto de vista de Pepin et al. (2021) manifiestan que se propone un *marco para los Planes de Estudio de Matemáticas en la Enseñanza de la Ingeniería*, cuyo objetivo se basa en reconceptualizar la Enseñanza de las Matemáticas a Nivel Superior, incluso de manera general (Niss, 2003; Niss & Højgaard, 2011).

Por eso, se confía que, en un futuro, no muy lejano a partir de esfuerzos de las políticas públicas, esta reorganización, reformulación en el cambio del currículo escolar, centrado en ¿qué Matemáticas necesita saber un Futuro Ingeniero?, se termine por esclarecer advirtiéndole que las Matemáticas empleadas deben estar encaminadas hacia su lugar de trabajo.

Y, que como afirma Lakoma (2002) a partir de prácticas que puedan vincular la *modelación matemática*, las cuales permitan entrelazar el *razonamiento matemático*, para tomar decisiones en cuanto a una problemática y por ende poder dar una solución a terceras personas, estableciendo una correcta *comunicación matemática* a estos resultados de una forma precisa y entendible.

IV. CONCLUSIONES

En el presente trabajo, logramos mostrar al lector conozca un pasaje en la Enseñanza de las Matemáticas *grosso modo* en la Ingeniería, y que como bien, así con el ejemplo expuesto de la *derivada* existen una infinidad de *objetos matemáticos*, se pretende generar conciencia sobre la manera en que estos deben enseñarse.

Con el ejemplo de la Sección II, que se ilustra ante un contexto geométrico la forma en que puede ser abordado el concepto de *derivada*, se pretende que el lector, sepa que el docente debe comenzar a buscar escenarios epistemológicos, que sean el engranaje para entender significados de los conceptos y objetos matemáticos.

Es decir, el docente deberá revestirse de la epistemología que envuelve al objeto, ya que así podrá entender los procesos de *evolución, significación y resignificación* de las Matemáticas en el entorno escolar, pero, ¿qué significa lo anterior?

Para responder el cuestionamiento anterior, se expone lo siguiente: dado que la Matemática Escolar, es la que se considera como *objeto de enseñanza y aprendizaje* por la manera en que las ideas y conceptos matemáticos han sido aceptados y se han constituido como una base para dar solución a problemas del mundo real, y aunado a la presencia y disposición en el currículo escolar en Ingeniería.

Como se señaló con el ejemplo del concepto de *derivada* en la **Fig. 7.**, los conceptos aparecen de manera transversal posterior al haber pasado por los cursos de Ciencias Básicas, mismos que le confieren ser el pilar conceptual para su posterior entendimiento y uso en cursos de Ciencias de la Ingeniería e Ingeniería Aplicada.

Es por ello, que se advierte sobre la reformulación del currículo escolar vinculándolo hacia un cambio pragmático el cual deberá ser acompañado por la práctica docente y las necesidades que emana el sector laboral, por ello, las

Universidades deberán vincular gran parte el desarrollo de las competencias matemáticas que se les exigen a los estudiantes forjen durante su Formación Matemática.

El caso de las Universidades en México, públicas y privadas que ofertan académicamente Ingenierías, deben conocer las necesidades de los vínculos de trabajo con los que entrelacen a sus estudiantes egresados, ya que permiten entender que tan preparados salen una vez que concluyen sus estudios de Ingeniería y se enfrentan al sector laboral, a su vez, pueden establecer convenios donde desde los primeros semestres los estudiantes lleven a cabo prácticas o visitas guiadas para entender los procesos del sector empresarial e industrial.

Esta plausibilidad que se comenta en el párrafo anterior, también conlleva a sumar el cambio pragmático que debe haber en la práctica docente, ya que como se vio en el ejemplo de la Sección II, los conceptos matemáticos pueden ser enseñados una vez que se conozca en la medida de lo posible la epistemología de los objetos matemáticos.

A su vez, las investigaciones citadas en la Sección III, abren un panorama para hacer énfasis en comenzar a repensar el currículo escolar en Ingeniería, este panorama de investigación presentado dirige entonces a: [1] encauzar la Enseñanza de las Matemáticas y la Ingeniería con base en prácticas que propicien involucrar a los estudiantes en los posibles lugares de trabajo que puedan enfrentarse a futuro y [2] la preocupación de instituciones a nivel internacional, quienes muestran ese interés de reformulación con base en las necesidades de una determinada región geográfica.

El punto [2] es importante considerarlo, ya que va encaminado a cubrir las necesidades de una región específica, es decir, el currículo escolar de una determinada Ingeniería, debe estar pensado para que el Futuro Ingeniero pueda atender las necesidades de una sociedad cuando esté frente al sector laboral; por ejemplo, las necesidades del sector laboral del Ingeniero Civil en Francia, no son las mismas que las de un Ingeniero Civil en México o en Estados Unidos.

Por ello, el impacto que pueden tener estos cambios pueden comenzar a darse desde el pensar en los inicios de Formación del Futuro Ingeniero, es decir, el momento en el que el estudiante se enfrenta a sus primeros cursos de formación de Ciencias Básicas, vincule con prácticas la epistemología que envuelve al objeto matemático (ya sea desde los objetos matemáticos del Cálculo, Álgebra, Probabilidad, Estadística, Ecuaciones Diferenciales, Optimización Matemática, etc., por mencionar unas áreas de Enseñanza de las Matemáticas) con cursos posteriores y por ende con esfuerzos que haga la Universidad por incluir prácticas o visitas guiadas al sector industrial.

Estas prácticas que se mencionan, deben ser desarrolladas por parte del docente, el cual deberá estrechar los conceptos que son más prominentes con el desarrollo de actividades de modelación matemática con base en su experiencia; por eso la insistencia de que el docente debe conocer la epistemología del concepto matemático, mismo que le permitirá desapegarse del sinfín de manipulaciones algebraicas y comenzar a dotar de significados alrededor de los conceptos y objetos matemáticos.

Como parte de los *retos e implicaciones* que este escrito deja hasta este momento, es precisamente impulsar políticas públicas que sean encaminadas a la mejora de la Educación Matemática en la Ingeniería, *capacitar a los docentes de manera continua*, no solo con dotar el desarrollo de sus habilidades de comunicación, sino también de contenido en su práctica docente, como lo es con el manejo de nuevas tecnologías.

Estos esfuerzos, deben generar voces dentro de las Instituciones de Educación Superior en Ingeniería, para crear lazos y vínculos para la mejora continua en la Enseñanza de las Matemáticas en la Ingeniería dentro del claustro docente, los cuales deben ser acercados a la Investigación en Educación Matemática, es decir, con base en evidencia científica comenzar a atender una determinada problemática, que puede ir desde su propia capacitación y actualización docente.

Como bien se señaló en la Introducción de este artículo, la preocupación latente por aminorar los índices de reprobación y abandono por parte de los estudiantes en los primeros cursos de formación, debe ser apoyada por la mejora en el cambio del currículo escolar en Ingeniería, y que a juicio de Hallberg y Ölvander (2021), los desarrolladores de planes y programas de estudio carecen de una visión completa por lo que se necesita estrechar lazos de comunicación, planificación y compartición de recursos que sean unificados homogéneamente para crear un currículo adecuado a las necesidades de la región.

Para concluir este escrito quiero propiciar una sensibilización del actuar de la Educación Matemática en la Ingeniería, al buscar soluciones de una determinada problemática, y aunque estas, no son inmediatas, la investigación que se a través de ella permite generar y plantear mejoras que pueden ser implementadas en un aula de clases.

REFERENCIAS

- [1] Farfán Márquez, R. M. (2012). *Socioepistemología y ciencia. El caso del estado estacionario y su matematización*. Gedisa.
- [2] Howson, G. A., Kahane, J. P., Lauginie, P., & de Turckheim, E. (Eds.) (1988). *Mathematics as a service subject*. Cambridge University Press.
- [3] Pollak, H. O. (1988). Mathematics as a service subject – Why? En: G. A. Howson, J. P. Kahane, P. Lauginie & E. de Turckheim (Eds.), *Mathematics as a service subject* (pp. 28-34). Cambridge University Press.
- [4] Flores-Cambrón, A. A. (2021). *La ecuación de onda en una dimensión: El caso de la solución de D'Alembert, una caracterización histórica-epistemológica*. [Tesis de grado de maestría, Maestría en Ciencias en la especialidad de Matemática Educativa]. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.
- [5] Damlamian, A., Rodrigues, J. F., & Sträßer, R. (2009). ICMI study 20: Educational Interfaces between Mathematics and Industry. *ZDM*, 41(4), 525-553.
- [6] Grimson, J. (2002). Re-engineering the curriculum for the 21st. Century. *European Journal of Engineering Education*, 27(1), 31-37. <https://doi.org/10.1080/03043790110100803>
- [7] Fuller, M. (2002). The role of mathematics learning centres in engineering education. *European Journal of Engineering Education*, 27(3), 241-247. <https://doi.org/10.1080/03043790210141555>
- [8] Case, J. M., Fraser, M. D., Kumar, A., & Itika, A. (2015). The significance of context for curriculum development in engineering education: a case study

across three African countries. *European Journal of Engineering Education*, 41(3), 279-292. <https://doi.org/10.1080/03043797.2015.1056103>

[9] Engelbrecht, J., Bergsten, C., & Kågesten. (2017). Conceptual and procedural approaches to mathematics in the engineering curriculum: views of qualified engineers. *European Journal of Engineering Education*, 42(5), 570-586. <https://doi.org/10.1080/03043797.2017.1343278>

[10] Hallberg, P., & Ölvander, J. (2021). Curriculum nativeness – measures and impacts on the performance of engineering Students. *European Journal of Engineering Education*, 47(2), 274-298. <https://doi.org/10.1080/03043797.2020.1844639>

[11] Pepin, B., Biehler, R., & Gueudet, G. (2021). Mathematics in engineering education: a review of the recent literature with a view towards innovative practices. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s40753-021-00139-8>

[12] Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. En A. Gagatsis & S. Papastravidis (Eds.), *3rd. Mediterranean conference on mathematics education* (pp. 115-124). Athens, Greece: Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society.

[13] Niss, M., & Højgaard, T. (Eds.). (2011). *Competencies and mathematical learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. Roskilde University, IMFUFA.

[14] Lakoma, E. (2002). On mathematics teaching for future engineers – in the digital era. *European Journal of Engineering Education*, 27(3), 279-288. <https://doi.org/10.1080/03043790210141609>

[15] Kolmos, A., Hadgraft, R. G., & Holgaard, J. E. (2016). Response strategies for curriculum change in engineering. *International Journal of Technology and Design Education* 26, 391-411. <https://doi.org/10.1007/s10798-015-9319-y>



Alan Arturo Flores Cambrón. Obtuvo el título de Ingeniero Matemático en la Opción Industrial por la Escuela Superior de Física y Matemáticas del Instituto Politécnico Nacional (ESFM-IPN) en el año de 2017, asimismo en el año 2021 el grado de Maestro en Ciencias en la especialidad de Matemática Educativa por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN) al defender su Tesis bajo la dirección de la Dra. Rosa María Farfán Márquez, SNI II. Ambos estudios cursados en México.

Dentro de su experiencia docente ha impartido clases a Nivel Medio Superior y Superior; actualmente se encuentra adscrito al Departamento de Ciencias Básicas del Instituto Tecnológico de Tlalnepantla del Tecnológico Nacional de México (ITTLA-TecNM); sus intereses de investigación se centran en las Ecuaciones Diferenciales, Educación Matemática del Futuro Ingeniero, Fundamentos, Historia y Epistemología de las Matemáticas y algunos Tópicos de la Física-Matemática.

Además, ha asistido a eventos nacionales e internacionales como la Escuela de Invierno en Matemática Educativa (EIME) y la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME). Ha sido también Asesor de Matemáticas del Evento Nacional Estudiantil de Ciencias Básicas en el ITTLA. La principal difusión de sus investigaciones versa sobre la Historia y Epistemología de las Matemáticas esencialmente en Ecuaciones Diferenciales.

Resumen de tesis

Mejora del algoritmo de agrupamiento Fuzzy C-Means

Disertante: M.C. Sandra Silvia Roblero Aguilar

Director de tesis: Dr. Joaquín Pérez Ortega
Co-director: Dr. José Crispín Zavala Díaz

Institución: TecNM/CENIDET (Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico)

Resumen La presente investigación, se ubica en el contexto de los problemas relacionados con las mejoras de los algoritmos de agrupamiento o clustering. En particular, el problema que se aborda consiste en reducir el tiempo de procesamiento del algoritmo de agrupamiento Fuzzy C-Means (FCM) para la solución de grandes datasets. El enfoque de solución consistió en mejorar la fase de inicialización de FCM mediante la optimización de la matriz de pertenencia inicial. A este nuevo algoritmo se le denominó Hybrid OK-Means Fuzzy C-Means (HOFCM).

El problema de agrupamiento de FCM es del tipo NP-Hard, lo cual justifica el uso de métodos heurísticos para su solución. A la fecha, se han propuesto mejoras en la etapa de inicialización del algoritmo FCM. Sin embargo, no están orientadas a la solución de grandes datasets como las que se presentan en el Big Data. En este sentido, el algoritmo propuesto reduce el número de iteraciones al optimizar los valores iniciales de la matriz de pertenencia. Este enfoque consta de tres pasos: a) generar un conjunto de n soluciones de un dataset dado, aplicando una variante del algoritmo K-Means; b) seleccionar la mejor solución como base para generar la matriz de pertenencia optimizada y c) resolver el dataset dado con FCM. Para validar los resultados del algoritmo HOFCM, se diseñaron y ejecutaron un conjunto de experimentos compuestos de datasets reales y sintéticos. HOFCM se contrastó con los algoritmos: FCM estándar, FCM-KMeans, FCM++ y NFCM. Con base en los resultados experimentales, se observó que HOFCM obtuvo una reducción en el tiempo de solución en todos los datasets grandes, comparado con el algoritmo FCM estándar. Al contrastar los resultados de HOFCM con los algoritmos FCM-KMeans, FCM++ y NFCM, se observó que, en promedio, fue más rápido 1.51, 2.87 y 3.01 veces respectivamente.

Finalmente, con base en los resultados obtenidos, es posible afirmar que, con esta investigación, se aportaron beneficios para usuarios que buscan resolver el problema de agrupamiento difuso de grandes datasets, como los que se presentan en Big Data en tiempo razonable.

Palabras claves: big data, clustering, Fuzzy C-Means, time

complexity.

PUBLICACIONES DE LA DISERTANTE

1. Pérez-Ortega, J., Roblero-Aguilar, S. S., Almanza-Ortega, N. N., Frausto Solís, J., Zavala-Díaz, C., Hernández, Y., & Landero-Nájera, V. (2022). Hybrid fuzzy c-means clustering algorithm oriented to big data realms. *Axioms*, 11(8), 377.
2. Pérez-Ortega, J., Rey-Figueroa, C. D., Roblero-Aguilar, S. S., Almanza-Ortega, N. N., Zavala-Díaz, C., García-Paredes, S., & Landero-Nájera, V. (2023). POFCM: A Parallel Fuzzy Clustering Algorithm for Large Datasets. *Mathematics*, 11(8), 1920.

PARTICIPACIÓN EN CONGRESOS

1. HOK-Means: a Hybrid and Parallel Clustering Algorithm Oriented to Big Data. 21st Mexican International Conference on Artificial Intelligence



Sandra Silvia Roblero Aguilar. Es licenciada en Informática por el Instituto Tecnológico de Tlalnepantla (ITLA) en 1996. Realizó dos maestrías, la primera en Administración en la Universidad ETAC en 2006 y la segunda, en Ciencias de la Computación en la Universidad Autónoma del Estado de México en 2016. Obtuvo el doctorado en Ciencias de la Computación en el Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) en 2023.

Desde 1996 ha sido profesora de asignatura de la Universidad Autónoma del Estado de México (campus Valle de México) y ocupó la jefatura del departamento de control escolar de 2001 al 2006. Desde 1998 ha sido profesora del ITTLA, además de ocupar varios puestos: jefatura de servicios escolares 2008-2013, coordinadora del área de Titulación de la División de Estudios Profesionales marzo-agosto 2013 y coordinadora de las maestrías en Administración y Tecnologías de la Información de la División de Estudios de Posgrado e Investigación del ITTLA (2015-2019). Cuenta con el reconocimiento Perfil Deseable PRODEP desde 2017. Las áreas de interés en investigación son Inteligencia artificial, heurísticas para optimización, lógica difusa, sistemas de inferencia neuro-difuso (ANFIS) y algoritmos de agrupamiento difuso.



ReinvenTec
Revista de Ciencia y Tecnología del ITTLA

InnovaTecNM y HackaTecNM 2023



El Instituto Tecnológico de Tlalnepantla fue la sede de la etapa local del certamen del 23 al 26 de mayo de 2023. La organización contó con el apoyo del Comité Organizador, dirigido por la directora del plantel la Maestra Silvia Santiago Cruz como Vicepresidenta ejecutiva y la M.E. Ivonne Echevarría Chan como responsable general del programa, además de la participación de las subdirecciones académicas, administrativa, de planeación y vinculación, así como los colaboradores y organizadores de cada área.

En esta etapa se registraron 46 proyectos con la participación de 202 estudiantes, quienes recibieron la orientación de 43 docentes. Estos proyectos se enmarcaron en las 6 nuevas categorías del Certamen de Proyectos **InnovaTecNM**. Además, se invitó a los estudiantes a unirse al reto **HackaTecNM**, con el objetivo de idear soluciones innovadoras para la problemática "empoderador financiero" planteada por la Financiera Social Carlos Quinto. En este desafío, 3 equipos multidisciplinarios compitieron, colaborando intensamente durante 36 horas seguidas. Utilizando tecnologías de vanguardia, lograron crear la solución más destacada para la mencionada problemática.

La comunidad organizadora desea expresar su más sincero agradecimiento a todos los miembros de la comunidad estudiantil por su participación destacada en eventos de esta naturaleza. La dedicación y compromiso demostrados por cada uno de los estudiantes han sido esenciales para el

éxito continuo de estas iniciativas. Su contribución no solo ha enriquecido sus propias experiencias educativas, sino que también ha tenido un impacto positivo en el desarrollo global de la comunidad.

La voluntad de los estudiantes para formar parte activa en actividades que fomentan la colaboración, la innovación y el trabajo en equipo es digna de admiración. Reconocemos que invertir tiempo y esfuerzo en eventos de esta naturaleza implica sacrificio, y por ello, valoramos profundamente la dedicación que cada estudiante ha demostrado.

Los estudiantes no solo están construyendo su propio camino hacia un futuro prometedor, sino que también están contribuyendo a la creación de un entorno en el que el intercambio de ideas y la creatividad florecen. Su participación ejemplifica su compromiso personal con el progreso colectivo y refleja el espíritu colaborativo que caracteriza a la comunidad estudiantil.

Esperamos con entusiasmo contar con su continuo apoyo y participación en futuras oportunidades. Juntos, seguiremos avanzando hacia un futuro de logros y éxitos

EQUIPOS GANADORES

El equipo ganador del **HackaTecNM** fue **Equipo Tlacaqui**, integrado por los estudiantes: Manuel Bonilla Arizmendi, Aarón Antonio Calderón Laguna, Jorge Gallegos Santiago, Sabrina Juárez Hernández y Ricardo Landeros Guerrero.

GANADORES DE CERTAMEN INNOVATECNM SEDE LOCAL

Categoría	Equipo	Integrantes	Asesores
Agroalimentaria	Chechilos	Aaron Gabriel Teodoro García, Luis Armando Ramírez Velázquez, Ivan Emiliano Ortiz Moncada, Juan Pablo Camacho García	Ismael Oscar Ramírez Zúñiga
	Nopaltepec	Jesús Eduardo Barocio Rodríguez, Marlene Yacaranday Mojica Román, Jesús Muciño Martínez, Joana Marianne Hernández Hernández, José Domingo Herrera Yáñez	Gabriel Sauza Salinas
Eléctrica y Electrónica	Keyboard Braille	Jorge Monroy Ortiz, Jennifer León Miranda, Roberto Antonio Palacios Barrera, Naomi Belén Domínguez Hernández	José Luis González Rodríguez
	Flash Buv	Sebastián Alexander Flores Baeza, Angel Eduardo Cano García, Fernanda Atzican López Aguilera, Rebeca Lara Córdova	Hilda Díaz Rincón
Electromovilidad y Ciudades Inteligentes	3D Totem inteligente	Cristian Fernando Zarate Reyes, Samantha Juárez Hernández, Lemuel Israel Vázquez Maya, Gael Moreno Lara, Kevin Jesús Mejía Alva	Juan Mendoza Camargo
Servicios para la salud	Cunpéia	Andrea Rodríguez Salgado, Bryan Andre Lemus Buitrón, Lorena Medellín Gómez, Asher Fabián Escobedo Escobar, Giovanni Mendoza Ramos	Marisol Coba Martínez
	SIPE	Erika Sofía Sáenz Uscanga, Luís Abraham Derramadero García, Luis Eliot Gil Flores, Iván De Jesús González Romero, Héctor Saucedo Gómez	Juan Mendoza Camargo
Industrias creativas	Xamigua MX	Victoria Bolaños Cruz, Andrea Mireles Rodríguez, Luis Felipe González Gaona, Pilar Caudillo Miranda, Areli García Santiago	Delia Cervantes Ángeles
	Lagartos Esports	Carlos Alexis Sesmas Guevara, Zaira Asbel Herrera Higuera, Angel Ivan Reyes Rodríguez, Francisco Javier Bernal Garduño	José Antonio Navarrete Prieto
Cambio climático	Reciclatec	José Manuel Victoriano Cano, José Antonio Olguín Sánchez, Johan Jaír Morales Cerón, Beatriz Adriana Avilés Hernández, Miguel Angel Valle Sánchez	Juan Mendoza Camargo
	Cuapet	Osvaldo Velázquez Mijares, Britaney Janet Martínez Juárez, Josué Quintero Guendulain, Francisco Daniel Barrita Bolaños, Perla Monserrat Nolasco Vrugada	Karla Idalia Carrizales Paz

Fuente: MEMORIA DE LA CUMBRE DE DESARROLLO TECNOLÓGICO, INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN 2023. ETAPA LOCAL

The logo for ReinvenTec features a stylized sunburst icon above the word "ReinvenTec". The word "Reinven" is in black, and "Tec" is in green. A horizontal line is positioned below the text.

ReinvenTec

Revista de Ciencia y Tecnología del ITTLA